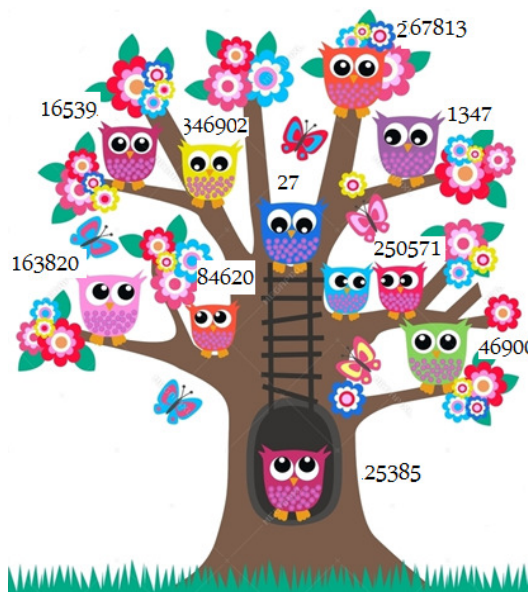


RECAPITULARE

Amintește-ți și rezolvă!

Observă atent imaginea copacului cu bufnițe, apoi rezolvă următoarele exerciții:

1. Scrie cu litere cel mai mare și cel mai mic număr din imagine.
2. Ordonează crescător numerele din imagine (folosește semnul „<”).
3. Identifică bufnița căreia nu îi corespunde niciun număr, apoi scrie alăturat un număr mai mare decât toate celelalte.
4. Rotunjește, la ordinul miilor, toate numerele cu cinci și cu șase cifre, identificate în imagine.
5. Recunoaște, în imagine, toate numerele impare.
6. Enumeră, în scris, numerele care au la ordinul miilor o cifră mai mare decât 5.
7. Scrie toate numerele care au suma cifrelor mai mare decât 15.
8. Identifică, prin subliniere cu roșu, două numere din imagine, a căror diferență are la zeci și unități cifra 0.
9. Identifică, în imagine, numerele 16 539 și 163 820. Unde poți să adaugi o cifră la primul număr, astfel încât numărul obținut să fie mai mic decât al doilea număr? Scrie două exemple.
10. Câte numere naturale sunt cuprinse între 27 și 1 347?
11. Rezolvă:
a) $27 + 1\ 347$; b) $267\ 813 + 16\ 539$; c) $25\ 385 + 84\ 620$; d) $163\ 820 + 1\ 347$;
e) $1\ 347 - 27$; f) $46\ 900 - 27$; g) $84\ 620 - 1\ 347$; h) $346\ 902 - 16\ 539$; i) $267\ 813 - 25\ 385$.
12. Ordonează cifrele numărului 16 3820, astfel încât să obții cel mai mare, respectiv cel mai mic număr natural cu aceste șase cifre.



Ai rezolvat exercițiile? Continuă!

1. Determină:
a) cel mai mic număr impar de patru cifre;
b) succesorul numărului 123;
c) predecesorul numărului 5037;
d) trei numere consecutive, cel mai mic fiind 45;
e) cel mai mic număr natural mai mare decât 529;
f) cel mai mare număr natural mai mic decât 2950;
g) toate numerele naturale de trei cifre care au cifra zecilor opt, iar cifra unităților este de trei ori mai mare decât cifra sutelor.
2. Scrie, cu cifre romane, anul nașterii tale și anul în care ne aflăm.
3. Determină cel mai mare număr natural de forma \overline{ababab} știind că numerele a și b sunt consecutive, iar suma cifrelor numărului dat este egală cu 44. Care este răsturnatul numărului obținut? Scrie cu cifre, apoi cu litere suma dintre numărul obținut și răsturnatul său.
4. Observă programul unui post de televiziune, redat în stânga paginii, apoi răspunde la următoarele cerințe:
a) Calculează câte minute durează filmul.
b) Maria urmărește matinalul și tenisul. Calculează câte minute a petrecut Maria în fața televizorului cât timp a vizionat ambele emisiuni.
c) Determină diferența în minute dintre durata filmului și cea a emisiunii de tenis.

Oră	Program
09:30	Matinal
10 :30	Film
13 :00	Fotbal
16 :15	Tenis
17 :10	Divertisment

RECAPITULARE

Amintește-ți și rezolvă!

1. Observă atent imaginile pentru a rezolva corect cerințele de mai jos:



Mircea cel Bătrân
1386 – 1418



Ștefan cel Mare
1457 – 1504



Mihai Viteazul
1593 – 1601



Alexandru I. Cuza
1859 – 1866

- Spune care dintre cei patru domnitori a domnit cel mai mult.
- Încercuiește varianta corectă:
Mircea cel Bătrân a domnit mai mult decât Mihai Viteazul cu:
 - 32 de ani;
 - 24 de ani;
 - 8 ani;
- Scrive cu cifre romane anul începutului domniei pentru fiecare conducător.
- Încercuiește varianta corectă:

Câți ani au trecut din anul în care și-a încheiat domnia Ștefan cel Mare și până în 2017?

- 501ani;
- 513 ani;
- 500 de ani.



Ai rezolvat exercițiile? Continuă!

1. Mihai trebuia să mărească numărul 378 de 17 ori. El l-a mărit însă cu 17. Află cu cât este mai mic numărul obținut decât cel corect?

2. Calculează:

- a) $264 \cdot 10$; b) $23 \cdot 73$; c) $267 : 3$; d) $3\,456 : 9$; e) $1\,487 \cdot 372$;
f) $5\,964 : 42$; g) $32 : 8 + 5 \cdot [8 \cdot (20 : 2 - 70 : 10)]$.

3. Triplul deîmpărțitului este egal cu 8 100, iar dublul împărțitorului este 72. Determină câțul acestor numere.

4. Află cel mai mic număr natural de șase cifre care îndeplinește simultan condițiile: nu are cifre care se repetă, este mai mare decât 300 000 și suma cifrelor sale este 15.

5. Află numerele necunoscute:

- a) $46\,513 + a = 100\,398$; b) $b - 128\,314 = 347\,521$;
c) $800\,295 - c = 793\,425$; d) $d \cdot 7 = 497$; e) $136 : e = 4$.

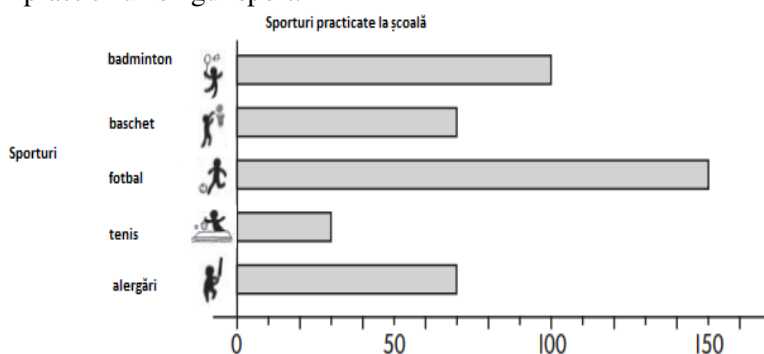
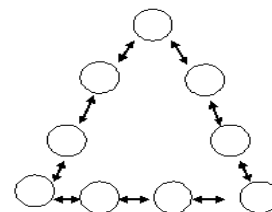
6. Calculează cu cât este mai mare produsul numerelor 23 și 45 decât câțul numerelor 864 și 9.

7. Ai la dispoziție cifrele: 5, 8, 2 și 9. Folosind aceste cifre, formează două numere al căror produs este mai mare decât 4 000.

8. Suma a trei numere este egală cu 713. Află numerele știind că primul este egal cu dublul celui de-al doilea, iar al treilea este cu 13 mai mare decât dublul primului număr.

9. Înscrie în cele nouă cercuri din desenul alăturat, numerele de la 1 la 9, astfel încât suma numerelor de pe fiecare latură a triunghiului să fie egală cu 20.

10. Observă graficul alăturat și rezolvă cerințele următoare, știind că fiecare elev practică un singur sport:



a) Care este cel mai popular, respectiv cel mai puțin popular, sport din școală? Justifică răspunsul.

b) Câți copii practică sport în școală?

c) Care este diferența dintre numărul copiilor care practică fotbalul și cel al copiilor care practică tenisul?

d) Ce sporturi sunt practicate de același număr de copii?

RECAPITULARE



Rezolvă exerciții și probleme!

1. Compară numerele x și y și alege varianta corectă:

$$x = [(30 + 5 : 5) \cdot 10 - 23] : 7$$

$$y = [(20 : 4) \cdot 5 - 20] \cdot 2 - 6$$

a) $x < y$

b) $x > y$

c) $x = y$

2. a) Află termenul necunoscut $(30 \cdot x + 6) : 4 = 84$.

b) Maria are o sumă de bani. În prima zi cheltuie 50% din sumă, iar a doua zi, un sfert din rest. Află ce sumă a avut Maria, dacă după a doua zi i-au rămas 120 de lei.

3. Reprezintă prin desen fracțiile următoare: o treime, două cincimi, cinci optimi.

4. Scrie câte trei exemple de fracții subunitare, supraunitare și echiunitare.

5. Într-un magazin sunt 15 biciclete și triciclete care au în total 38 de roți. Câte biciclete sunt?

6. Diferența a două numere naturale este 936. Află cele două numere știind că unul este un sfert din celălalt.

7. Pe o șosea, la distanțe egale unul de altul, se găsesc 16 copaci. Află câți metri sunt între primul și ultimul copac, știind că între al treilea și al optulea sunt 35 de metri.



Ai rezolvat exercițiile? Continuă!

1. Observă numărul copiilor dintr-o echipă de fotbal și vârstele lor reprezentate în tabelul de mai jos, apoi completează corespunzător enunțurile:

Vârstă (ani)	10	11	12	13	14
Număr copii	3	6	5	4	2

Numărul total al copiilor din echipă este.....

Un număr decopii au 14 ani

Cei mai mulți copii au vârstă de..... ani.



2. Câtul împărțirii a două numere naturale este 3, iar restul este 10. Dacă adunăm deîmpărțitul, împărțitorul, câtul și restul obținem 143. Află cele două numere.

3. Alexandru are o colecție de 15 mașinuțe, iar Cristian, dacă ar mai adăuga 3 mașinuțe la colecția sa, ar avea de 4 ori mai multe decât Alexandru. Câte mașinuțe are Cristian?

4. Mihai are 8 ani, iar tatăl său, de cinci ori mai mulți. Află peste câți ani vârsta tatălui va fi de trei ori mai mare decât vârsta lui Mihai.

5. Calculează cu câți metri este mai mare perimetrul unui dreptunghi care are lățimea de 16 m și lungimea egală cu dublul lățimii, decât perimetrul unui pătrat cu latura de lungime egală cu o pătrime din lățimea dreptunghiului.

6. Află câte cifre se folosesc pentru a numerota o carte cu 327 de pagini.

7. Observă imaginile alăturate și rezolvă cerințele:

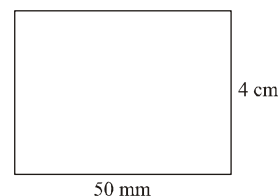
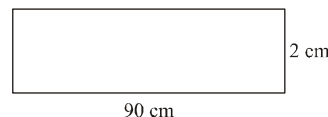
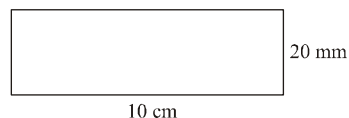
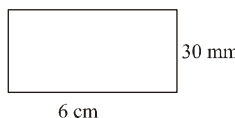
a) Completează enunțul: Figurile din imagine sunt...

b) Efectuează transformările:

$$30 \text{ mm} = \dots \text{ cm}$$

$$10 \text{ cm} = \dots \text{ mm}$$

c) Colorează cu roșu figurile care au perimetrele egale.



RECAPITULARE

Evaluare

Subiectul I

Completează, pe foaia de testare, spațiile punctate pentru a obține propoziții adevărate:

1. Succesorul numărului 257 450 331 este egal cu ...
2. Cel mai mare număr impar de trei cifre distincte este egal cu ...
3. Suma numerelor 567 și 789 este egală cu ...
4. Aproximarea prin lipsă la ordinul sutelor a numărului 123 456 este egală cu ...
5. Jumătate din dublul lui 256 este egală cu ...
6. Produsul numerelor 123, 10 și 3 este egal cu ...
7. În două ore și jumătate sunt ... de minute.
8. Câtul numerelor 3 456 și 9 este egal cu ...

Subiectul II

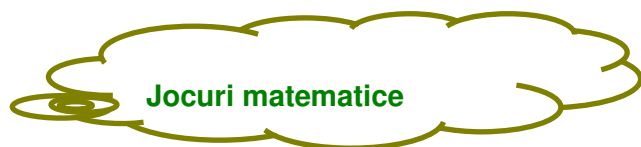
Scrive rezolvările complete:

1. Calculează:
 - a) $32 + 41 + 59 + 68$;
 - b) $772 - 15 : 3 \cdot 120$;
 - c) $5 \cdot 5 + 8 \cdot [108 - 100 : (9 - 4)] - 4$.
2. Împărțind un număr la 9, obținem câtul 31 și restul mai mare decât 7. Află numărul.
3. Află numărul necunoscut:
 $x : 2 + (105 - 275 : 11) : 4 = 28$.
4. Andrei se gândește la un număr care va fi egal cu numărul 14 600, dacă va fi rotunjit la sute. Află care este cel mai mic număr la care se putea gândi Andrei.
5. Suma a trei numere naturale este egală cu 3 258. Primul număr este de două ori mai mare decât al doilea. Știind că al treilea număr este mai mare cu 24 decât triplul celui de-al doilea număr, aflați cele trei numere.

Timp de lucru: 50 de minute

Barem de notare:

10 puncte – din oficiu, Subiectul I: 40 puncte, Subiectul II: 50 puncte



Pătratul magic este un joc matematic vechi de mii de ani. Chinezii practicau aceste exerciții matematice cu 5 000 de ani înaintea erei noastre. Pătratele magice indiene, vechi de peste 2 000 de ani, sunt de asemenea, la fel de cunoscute. Jocul constă în așezarea unor numere în căsuțele unui pătrat, astfel încât sumele lor, pe oricare linie sau coloană și pe cele două diagonale să fie mereu aceleași. Completează acest pătrat magic!

25		
	18	
		37

I. OPERAȚII CU NUMERE NATURALE

I.1. Scrierea și citirea numerelor naturale

Crezi că ne-am putea descurca fără numere în zilele noastre? În viața cotidiană formăm numere de telefon, exprimăm data calendaristică și ora exactă cu ajutorul numerelor, iar la naștere ni se alocă un număr format din 13 cifre, numit codul numeric personal (CNP). Află semnificația cifrelor din codul numeric personal.



Numerele naturale se scriu cu ajutorul cifrelor 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 și 9, numite „cifre arabe”. În scrierea numerelor naturale, de la dreapta la stânga se află în ordine: clasa unităților, clasa miilor, clasa milioanei, după care urmează clasa miliardelor ș.a.m.d. Numărul 43 426 785 se citește „patruzeci și trei de milioane patru sute douăzeci și șase de mii șapte sute optzeci și cinci” și reprezintă un număr natural care are cifra zecilor de milioane 4, cifra milioanei 3, cifra sutelor de mii 4, cifra zecilor de mii 2, cifra miilor 6, cifra sutelor 7, cifra zecilor 8 și cifra unităților 5 (Atenție! Ordinele care au cifra 0 nu se citesc).

• Scrieți cu litere numărul din tabelul de mai jos:

Clasa miliardelor			Clasa milioanei			Clasa miilor			Clasa unităților		
sute de miliarde	zeci de miliarde	miliarde	sute de milioane	zeci de milioane	milioane	sute de mii	zeci de mii	mii	sute	zeci	unități
ord. 12	ord. 11	ord. 10	ord. 9	ord. 8	ord. 7	ord. 6	ord. 5	ord. 4	ord. 3	ord. 2	ord. 1
2	3	0	1	4	6	0	0	8	9	6	1

Reține că orice număr natural se descompune după modelul:

$$26\ 785 = 2 \cdot 10\ 000 + 6 \cdot 1\ 000 + 7 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 5.$$



Rezolvă exerciții și probleme!

- Descompune, după modelul de mai sus, numerele: 10 087, 239 832 și 1 023 007.
- Scrie cu litere următoarele numere:
a) 1 256; b) 32 456 743; c) 1 000 854; d) 12 098; e) 7 965 432 108.
- Scrie în cifre următoarele numere:
a) un miliard opt sute cincizeci și patru de mii trei sute șazeci și patru; b) opt sute două mii cincizeci și trei; c) o mie unu; d) patru sute de milioane șase sute cincizeci și cinci de mii trei sute douăzeci.
- Utilizează doar cifrele 1, 0 și 8 pentru a scrie toate numerele de trei cifre distincte. Câte numere ai obținut? Câte numere se obțin dacă cifrele nu sunt distincte?
- Suma dintre un număr natural de 2 cifre și răsturnatul său este 66. Află numerele.
- Diferența dintre un număr natural de 2 cifre și răsturnatul său este 54. Care sunt aceste numere?
- Diferența a două numere este 900. Dacă primul este de 4 ori mai mare, atunci află al doilea număr.
- Descoperă regula și scrie următorii 5 termeni: 1; 4; 13; 40; ...; ...; ...; ...; ...

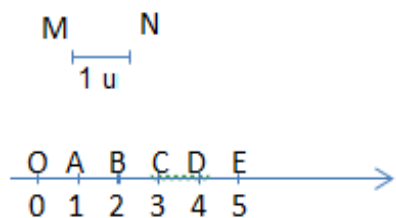


Ai rezolvat exercițiile? Continuă!

- Determină numerele de forma $\overline{a3b4c}$ pentru fiecare dintre următoarele situații:
a) suma cifrelor sale este egală cu 10; b) produsul cifrelor sale este 12;
c) descompunerea sa este $\overline{a3b4c} = 4 \cdot 10000 + 3 \cdot 1000 + 4 \cdot 10 + 7$.
- Completează corespunzător tabelul de mai jos:

Răsturnatul numărului 1 387	Succesorul numărului 321 005	Predecesorul numărului 763	Cel mai mare număr par de două cifre	Suma numerelor impare de o cifră

I.2. Reprezentarea pe axă, compararea și ordonarea numerelor; aproximări, estimări



Folosim axa numerelor naturale pentru a reprezenta numerele naturale în ordine crescătoare, de la dreapta la stânga. Axa numerelor este o dreaptă pe care fixăm un punct O , numit origine, un sens, numit sens pozitiv și o unitate de măsură (1 u).

Pe axa numerelor, dintre două numere naturale este mai mic cel care este reprezentat mai aproape de origine.

În figura alăturată observăm că punctul B are coordonata 2 și notăm $B(2)$.

Compararea numerelor naturale oricât de mari, se face la fel ca pentru numerele mai mici decât un million. Astfel, numărul care are mai puține cifre este mai mic. Dacă numerele pe care le comparăm au un număr egal de cifre, se compară pe rând cifrele de același ordin, de la stânga la dreapta, până când identificăm două cifre diferite. Numărul mai mare este acela care are cifra mai mare.

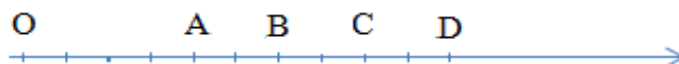
Aproximarea unui număr natural se poate face *prin lipsă* sau *prin adaos*, precizând ordinul (unităților, miilor etc.)

De exemplu, numărul natural 975 312 poate fi aproximat la ordinul zecilor prin lipsă: 975 310 sau prin adaos 975 320, iar la ordinul miilor, prin lipsă 975 300 sau prin adaos 975 400.



Rezolvă următoarele exerciții și probleme!

1. Reprezintă pe axa numerelor punctele $A(0)$, $B(3)$, $C(9)$, $D(10)$ și $E(12)$.
2. Determină coordonatele punctelor A , B , C , D și E din reprezentarea de mai jos, dacă fiecare segment mic al axei reprezintă o unitate:



3. Compară numerele:
 - a) 4 679 și 14 012;
 - b) 45 894 și 45 900;
 - c) 601 902 și 601 992;
 - d) 400 001 și 40 002.
4. Determină cifrele a și b pentru care: a) $\overline{a5132} = \overline{15b32}$; b) $\overline{a5132} < \overline{15b32}$.
5. Aproximează prin lipsă, apoi prin adaos la zeci, sute, mii și zeci de mii numerele:
 - a) 453 728;
 - b) 157 902;
 - c) 3782 357;
 - d) 7 293 863.
6. Aproximează prin adaos la ordinul sutelor, următoarele numere:
 - a) 346 865;
 - b) 1 056 223;
 - c) 89 222;
 - d) 29 078.



Ai rezolvat primele exerciții? Continuă!

1. Ordonează crescător numerele: 111 110 100 101; 111 101 100 101; 111 101 010 101; 111 000 011 101.
2. Scrie toate numerele de trei cifre distincte care se pot forma cu cifrele 0, 5, 8 și 9 și ordonează-le descrescător.
3. Completează după model, tabelul de mai jos:

Numărul	14 138	26 549	706 942	182 738
Aproximează prin adaos la ordinul zecilor	14 140			
Aproximează prin lipsă la ordinul sutelor	14 100			
Aproximează prin lipsă la ordinul miilor	14 000			

I.3. Adunarea numerelor naturale

Maria cumpără o ciocolată care costă 12 lei și o jucărie de 37 de lei. Precizează cât a cheltuit Maria?



12 lei
termen



+ 37 lei
termen



= 49 lei
sumă

Pentru a răspunde, folosim operația de adunare. Numerele adunate se numesc **termenii adunării**, iar rezultatul se numește **sumă**.

Suma a două sau mai multe numere naturale este întotdeauna un număr natural.

Proprietățile adunării, pe care le poți folosi în calcule, pentru orice numere naturale a, b, c sunt:

- **comutativitatea:** $a + b = b + a$, exemplu: $17 + 12 = 12 + 17 = 29$;
- **asociativitatea:** $(a + b) + c = a + (b + c)$, exemplu: $(5 + 21) + 169 = 5 + (21 + 169) = 195$;
- **elementul neutru la adunare este 0 (zero):** $a + 0 = 0 + a = a$, exemplu: $17 + 0 = 0 + 17 = 17$.

Să rezolvăm împreună!

- Calculează $S = 1 + 2 + 3 + \dots + 100$.

Folosim comutativitatea și obținem: $S = 1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100$

$$S = 100 + 99 + 98 + \dots + 3 + 2 + 1$$

Adunând cele două egalități membru cu membru, obținem:

$2 \cdot S = (1 + 100) + (2 + 99) + (3 + 98) + \dots + (98 + 3) + (99 + 2) + (100 + 1)$. Observăm că suma numerelor din

fiecare paranteză este egală cu 101 în oricare dintre cele 100 de situații. Obținem $2 \cdot S = 101 \cdot 100$, deci $S = 10\ 100 : 2 = 5\ 050$.

Să exersăm adunarea!

1. Calculează:
a) $467 + 57$; b) $3\ 427 + 5\ 777$;
c) $456 + 3\ 287 + 657$; d) $5\ 621 + 9\ 009 + 6\ 231$; e) $45\ 521 + 8\ 721 + 9\ 021$.
2. Calculează numărul cu 743 mai mare decât 7 869.
3. Care este numărul cu 6 813 mai mare decât 1 297?
4. Identifică numărul cu 1 023 mai mare decât cel mai mare număr natural de trei cifre diferite.
5. Găsește cifrele a, b, c și d , astfel încât $a2b7 + 3c2d = 7321$.
6. Calculează, folosind proprietățile adunării:
a) $15 + 27 + 25 + 33$; b) $5\ 632 + 6\ 428 + 733 + 8\ 267$; c) $572 + 6\ 755 + 428 + 245$;
d) $911 + 1\ 001 + 89 + 999$; e) $6\ 543 + 1\ 234 + 3\ 457 + 66$; f) $158 + 6\ 729 + 711 + 5\ 542$.
7. Descoperă regula și completează următorii trei termeni:
a) 4; 7; 10; 13; □; □; □; b) 1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; 21; □; □; □;

Lucrați în perechi

8. Determinați valoarea sumei $23 + 24 + 25 + \dots + 85$.



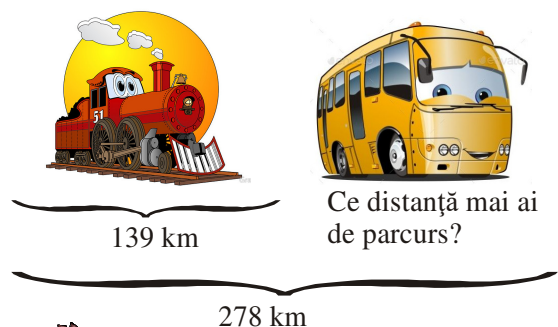
Ai rezolvat primele exerciții? Continuă!

Piratul are nevoie de câteva informații. Ajută-l tu să le afle!

1. Dacă adună numerele de mai jos, va descoperi locul unei comori de pe hartă:
a) $2350 + 986$; b) $347 + 8\ 965$.
2. Cifrul cușărului, în care păstrează comoara, este suma dintre numărul 459, succesorul și predecesorul său. Calculând, obține trei rezultate: 1 377, 462 și 1 375. Care este cel corect?
3. În cușăr, piratul are o grămadă de galbeni, egală cu suma dintre 6 529 și cel mai mic număr natural. Care este numărul de galbeni? Încercuiește răspunsul corect.
a) 6 530; b) 6 529; c) 6 629.
4. Scrie numărul 100 ca o sumă de: a) 2 termeni; b) 3 termeni; c) 4 termeni (minimum trei exemple).
5. Calculând $598 + 895 + 384$, vei obține anul în care România a obținut independența.
6. Fie secvența de numere naturale 11, 12, 13, 14, ..., 101.
a) Determină câte numere are secvența.
b) Calculează $s = 11 + 12 + 13 + \dots + 101$.



I.4. Scăderea numerelor naturale



Drumul până la bunici este de 278 km. Dacă ai parcurs cu trenul 139 km din distanță, află cât mai trebuie să mergi cu autobuzul?

$$278 - 139 = 139 \text{ km vor fi parcurși cu autobuzul}$$



Reține!

Oricare ar fi două numere naturale a și b , $a \geq b$, există un unic număr natural c , astfel încât $a = b + c$. Se scrie $c = a - b$, unde a se numește *descăzut*, b se numește *scăzător* și c *diferența* numerelor a și b .



Rezolvă exerciții și probleme!

1. Efectuează scăderile și verifică rezultatele după model:

$$128 - 59 = 69 \text{ deoarece } 69 + 59 = 128 \text{ și } 128 - 69 = 59$$

- a) $127 - 21$; b) $467 - 58$; c) $6\,427 - 5\,777$;
d) $4\,456 - 3\,287$; e) $95\,681 - 2\,017$; f) $45\,521 - 8\,721$.

2. Determină: a) numărul cu 376 mai mic decât 1 000; b) diferența dintre 7 610 și 398; c) numărul cu 1 001 mai mic decât diferența numerelor 45 631 și 29 876.

3. Completează tabelul:

a	b	c	$b + c$	$a - (b + c)$	$a - b - c$
24	12	5			
5 674	3 456	2 017			

Ce observi?

4. Completează tabelul:

a	b	c	$b - c$	$a - (b - c)$	$a - b + c$
234	143	45			
1 000	123	23			

Ce observi?

5. Scrie în casete numerele naturale potrivite, astfel încât să obții rezultate adevărate:

a) $103 + \square = 643$; b) $576 - \square = 329$; c) $\square - 445 = 718$; d) $\square + 3029 = 6049$

6. Determină cifrele a și b pentru care: $\overline{55a} - \overline{2b3} = 281$.



Ai rezolvat primele exerciții? Continuă!

1. Completează casetele cu numere, pentru a obține egalități:

a) $1\,032 - 986 = \square$; b) $347 + 4\,965 = 2\,017 + \square$; c) $3\,334 - (312 + 865) = (3\,334 - 312) - \square$.

2. Alege, prin încercuire, răspunsul corect:

- diferența dintre 7 102 și răsturnatul său este: a) 5 895; b) 5 995; c) 4 995; d) 5 085;
- diferența dintre cel mai mare număr natural de 4 cifre diferite și cel mai mic număr natural de 3 cifre este: a) 8 776; b) 9 776; c) 9 676; d) 9 774.

3. Suma vârstelor a trei frați este de 58 de ani. Cât era suma vârstelor lor în urmă cu 6 ani?

4. Efectuând calculul $3\,012 - 468$, vei descoperi înălțimea celui mai înalt vârf din România, vârful Moldoveanu. Care este diferența de înălțime între acest vârf și vârful Everest, care are 8 848 m?

5. Dacă $a + b = 300$ și $b + c = 138$, află $a - c$.

6. Din cel mai mare număr par de 5 cifre diferite scade numărul 1 369.

7. Maria citește dintr-o carte 348 de pagini. În prima zi a citit 96 de pagini apoi, 80 de pagini din ce a rămas. Cât a citit în următoarele două zile, dacă a terminat cartea?



I.5. Înmulțirea numerelor naturale



Andreea a cumpărat câte trei baloane pentru fiecare dintre cei cinci copii invitați la aniversarea sa. Câte baloane a cumpărat Andreea?

Putem calcula prin adunare repetată: $3+3+3+3+3=15$ sau putem folosi operația de înmulțire $3 \cdot 5=15$.



Reține!

Numerele care se înmulțesc, se numesc **factori**, iar rezultatul înmulțirii se numește **produs**. $\underbrace{a + a + a + \dots + a}_{b \text{ factori}} = a \cdot b$

Proprietățile înmulțirii, pe care le poți folosi în calcule sunt:

- ✓ **comutativitatea:** $a \cdot b = b \cdot a$. Exemplu: $17 \cdot 12 = 12 \cdot 17 = 204$;
- ✓ **asociativitatea:** $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$. Exemplu: $(5 \cdot 21) \cdot 169 = 5 \cdot (21 \cdot 169) = 17\ 745$;
- ✓ **elemenul neutru la înmulțire este 1:** $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$. Exemplu: $17 \cdot 1 = 1 \cdot 17 = 17$;
- ✓ **distributivitatea înmulțirii față de adunare:** $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$. Exemplu: $(3 + 2) \cdot 6 = 3 \cdot 6 + 2 \cdot 6 = 30$.
- ✓ **distributivitatea înmulțirii față de scădere:** $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$. Exemplu: $(5 - 3) \cdot 4 = 5 \cdot 4 - 3 \cdot 4 = 8$.



Rezolvă exerciții și probleme!

1. Calculează:

- a) $12 \cdot 4$; b) $34 \cdot 23$; c) $100 \cdot 56$;
d) $123 \cdot 253$; e) $980 \cdot 1\ 141$; f) $25\ 489 \cdot 0$.

2. Află numărul:

- a) de cinci ori mai mare decât 15;
b) cu 35 mai mare decât dublul lui 146;
c) cu 14 mai mic decât triplul numărului 26;
d) de 100 de ori mai mare decât dublul numărului 23.

3. Calculează aplicând proprietățile înmulțirii:

- a) $2 \cdot 8 \cdot 5$; b) $12 \cdot 5 \cdot 20$; c) $5 \cdot 125 \cdot 18 \cdot 2 \cdot 8$; d) $125 \cdot 37 \cdot 8$;
e) $12 \cdot 54 + 46 \cdot 12$; f) $147 \cdot (874 - 74)$; g) $(567 - 17) \cdot (47 + 13)$.

4. Efectuează calculele următoare, utilizând proprietatea de distributivitate a înmulțirii față de adunare și față de scădere:

$$\text{Model: } \begin{cases} 37 \cdot 11 = 37 \cdot (10 + 1) = 37 \cdot 10 + 37 \cdot 1 = 370 + 37 = 407 \\ 37 \cdot 9 = 37 \cdot (10 - 1) = 37 \cdot 10 - 37 \cdot 1 = 370 - 37 = 333 \end{cases}$$

- a) $17 \cdot 99$; b) $345 \cdot 101$; c) $57 \cdot 11$; d) $97 \cdot 999$.

5. Într-o fabrică se îmbuteliază 150 de sticle cu apă într-o oră. Află câte sticle se îmbuteliază într-o zi? Dar într-o săptămână?

6. Pentru orele de matematică, un elev are nevoie de trei caiete, o trusă de geometrie, trei creioane și două pixuri. Știind că un caiet costă 6 lei, trusa 12 lei, un creion costă 1 leu și un pix costă 2 lei, află cât costă toate obiectele necesare.

7. Un fermier vrea să cultive roșii. El vrea să planteze, în 3 sere, câte 12 rânduri cu câte 56 de fire de roșii fiecare. Dacă prețul unui fir de roșie este de 2 lei, află cât va cheltui fermierul în total.

8. Descoperă regulile de formare și completează următorii 3 termeni. Justifică răspunsurile.

- a) 1; 2; 4; 8; 16;..... b) 6; 12; 18; 24; 30;.....

9. Scrie numărul 24 ca un produs de doi, trei, respectiv patru factori. Găsiți toate variantele posibile.

10. Determină numerele naturale a și b știind că $a \cdot b = 240$ și $a \cdot (b + 5) = 300$.

11. Determină numărul natural x pentru care $7 \cdot x + 14 \cdot x + 21 \cdot x + 28 \cdot x + \dots + 126 \cdot x = 7 \cdot 9 \cdot 19$.

I.6. Factor comun

Vrei să cumperi 10 cărți și 10 pixuri. Știi că prețul unei cărți este 8 lei și al unui pix este 3 lei. Câți lei vei cheltui pentru toate obiectele?



Poți calcula $10 \cdot 8 + 10 \cdot 3 = 80 + 30 = 110$. Poți reorganiza obiectele așa cum se vede în imagine, iar modalitatea de calcul este $10 \cdot 8 + 10 \cdot 3 = 10 \cdot (8 + 3) = 10 \cdot 11 = 110$. În calculul de mai sus s-a folosit proprietatea de distributivitate a înmulțirii față de adunare. Factorul 10, care apare în fiecare produs din termenii sumei anterioare, se numește **factor comun**.



Reține!

În general, pentru a , b și c numere naturale, avem:

$$a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c) \text{ și } a \cdot b - a \cdot c = a \cdot (b - c), b \geq c. \text{ Spunem că numărul } a \text{ este } \textit{factor comun}.$$

Să rezolvăm împreună!

1. Calculați $5 + 10 + 15 + 20 + \dots + 100$.

Observăm că fiecare termen al sumei se scrie ca un produs între 5 și un alt număr, deci 5 este factorul comun. Astfel, $5 + 10 + 15 + 20 + \dots + 100 = 5 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 5 \cdot 4 + \dots + 5 \cdot 20 = 5 \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 20) = 5 \cdot 20 \cdot 21 : 2 = 1050$.

Rezolvă utilizând factorul comun!

1. Calculează:

- a) $12 \cdot 7 + 12 \cdot 3$; b) $6 \cdot 10 + 12 \cdot 10 + 17 \cdot 10$; c) $14 \cdot 22 - 14 \cdot 10 - 14$;
d) $5 \cdot 35 + 5 \cdot 70 - 5 \cdot 5$; e) $43 \cdot 275 + 57 \cdot 275$; f) $175 \cdot 123 + 27 \cdot 123 - 102 \cdot 123$.

2. Scoate factor comun:

- a) $2 \cdot a + 2 \cdot b + 2 \cdot c$; b) $5 \cdot x + 5 \cdot y - 5 \cdot z$; c) $7 \cdot a + 7 \cdot b + 49$; d) $3 \cdot x - 3 \cdot y + 3$.

3. Dacă $x = 3$ și $y + z = 10$, calculează:

- a) $7 \cdot x + 7 \cdot y + 7 \cdot z$; b) $17 \cdot x + 17 \cdot y + 17 \cdot z - 10$; c) $5 \cdot x + 10 \cdot y + 10 \cdot z$; d) $100 \cdot x - (9 \cdot y + 9 \cdot z)$.

4. Calculează: $(11 + 22 + 55 + \dots + 99) : (1 + 2 + 3 + \dots + 9)$.

5. Rezolvă următoarele cerințe:

- a) află numărul a , dacă $ab + ac = 520$ și $b + c = 52$;
b) află numărul a , dacă $ab - ac = 45$ și $b - c = 9$;
c) află suma $b + c$ dacă $ab + ac + 70 = 170$ și $a = 25$;
d) află diferența $b - c$, dacă $ab - ac - 48 = 2$ și $a = 10$.

6. Află toate perechile de numerele naturale a și b care verifică egalitățile următoare:

- a) $a \cdot b + a = 6$; b) $a \cdot b + b = 5$; c) $a \cdot b + a - 2 = 2$; d) $a \cdot b + b + 2 = 5$.



Rezolvă exercițiile!

1. Calculează și asociază fiecărui exercițiu din prima linie rezultatul corespunzător din a doua linie.

Linia 1: a) $99 + 99 \cdot 99$; b) $35 \cdot 87 - 35 \cdot 43 + 44 \cdot 65$; c) $10 + 20 + 30 + \dots + 120$.

Linia 2: A) 780; B) 9 900; C) 870; D) 4 400.

2. Dacă $x + y = 10$ și $y + 2 \cdot z = 12$, calculează $3x + 8y + 10z$.

3. Determină numărul natural x , știind că $x + 2 \cdot x + 3 \cdot x + \dots + 10 \cdot x = 385$.

I.7. Împărțirea cu rest zero a numerelor naturale

În laboratorul de informatică se pot așeza câte 4 elevi într-o bancă. Câte bănci vor ocupa cei 28 de elevi ai clasei a V-a?

Efectuăm scăderi succesive: $28 - 4 = 24$; $24 - 4 = 20$; ...

$12 - 4 = 8$; $8 - 4 = 4$; $4 - 4 = 0$ și observăm că la finalul celor 7 scăderi repetate obținem diferența 0. Cei 28 de elevi vor ocupa 7 bănci. Rezolvarea problemei prin operația de împărțire este $28 : 4 = 7$.

Operația de împărțire este o scădere repetată a aceluiași număr nenul, numit **împărțitor** (\hat{i}), dintr-un număr dat numit **deîmpărțit** (d). Numărul care ne arată de câte ori se poate efectua scăderea se numește **cât** (c). Dacă la final obținem diferența 0, spunem că **împărțirea este exactă** sau **împărțirea este cu rest zero**. Se scrie:

$$d : \hat{i} = c, \hat{i} \neq 0$$



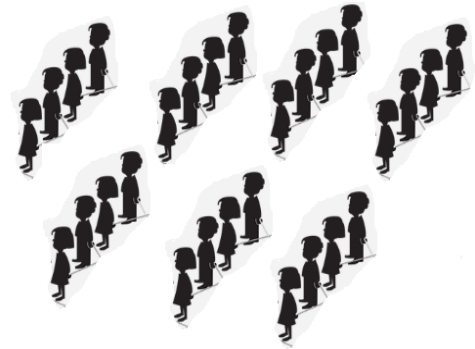
Reține!

- Împărțirea exactă este o operație de ordinul al doilea și este operația inversă înmulțirii.
- Proba împărțirii exacte se efectuează prin înmulțire sau prin împărțire.

$$d : \hat{i} = c, \hat{i} \neq 0 \text{ deci, } d = \hat{i} \cdot c \text{ și } d : c = \hat{i}$$

Exemplu: $28 : 7 = 4$ deoarece $7 \cdot 4 = 28$ și $28 : 4 = 7$.

- Dacă deîmpărțitul este zero, atunci și câtul va fi zero, $0 : x = 0$, oricare ar fi numărul natural nenul x .



Ne reamintim cum se fac împărțirile

$$\begin{array}{r} 1325 \quad | \quad 5 \\ \underline{10} \quad | \quad 265 \\ 32 \\ \underline{30} \\ 25 \\ \underline{25} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2639 \quad | \quad 13 \\ \underline{26} \quad | \quad 203 \\ 3 \\ \underline{0} \\ 39 \\ \underline{39} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20808 \quad | \quad 102 \\ \underline{204} \quad | \quad 204 \\ 40 \\ \underline{0} \\ 408 \\ \underline{408} \\ 0 \end{array}$$



Rezolvă exerciții și probleme!

1. Completează tabelul:

a	126	357	1 003 400	630	2 500	225	4 466	239 870 000	557 436
b	3	7	10	9	50	5	11	1 000	4 532
$a:b$									

2. Efectuează operațiile de împărțire și verifică, după model, rezultatul obținut:

Model: $246 : 6 = 41 \Leftrightarrow 246 : 41 = 6$ și $41 \cdot 6 = 246$

- a) $455 : 5 =$ b) $120 : 15 =$ c) $324 : 18 =$ d) $4\,242 : 202 =$
 e) $56\,211 : 123 =$ f) $71\,820 : 1\,596 =$ g) $1\,603\,750 : 125 =$ h) $106\,505 : 1\,253 =$

3. Un fermier a cules 1 245 kg de roșii pe care vrea să le livreze către un supermarket în lădițe în care încap 15 kg. Află câte lădițe va folosi fermierul.

4. Într-un depozit sunt 124 de lădițe cu struguri. Știind că toate lădițele cântăresc împreună 1 612 kg, află câte kg de struguri cântărește o lădiță plină.

5. Completează tabelul:



Deîmpărțitul	Împărțitorul	Câtul
456	9	
	43	13
5 760	24	
369 945		45

6. Efectuează:

- a) $44 + 44 : 4 + 44 : 11$;
 b) $24 : 6 + 729 : 27 + 6\ 060 : 60$;
 c) $16 \cdot 12 - 256 : 32$;
 d) $164 : 4 - 3 \cdot 7 + 2\ 250 : 45$.

7. Pentru fiecare caz în parte, determină numărul:

- a) egal cu jumătatea numărului 568;
 b) egal cu un sfert din numărul 5 648;
 c) egal cu suma dintre o treime din 654 și jumătate din 712;
 d) de 15 ori mai mic decât suma numerelor 325 și 275;
 e) cu 17 mai mic decât o cincime din 100.

8. Identifică, prin subliniere, greșelile din exercițiile de mai jos apoi scrie rezolvarea corectă.

$16 : 4 - 2 = 16 : 2 = 8$;
 $12 \cdot 3 + 6 : 6 = 12 \cdot 9 : 6 = 108 : 6 = 18$;
 $24 + 6 : 6 + 4 = 30 : 10 = 3$.

9. Află suma numerelor a și b știind că: $a + 116 : 2 = (1\ 991 : 11 - 4) : 3$ și $b : 11 - 4 = (4 + 110 : 2) \cdot 3$.

10. Bunica are 36 de mere și 24 de caise pe care le împarte în mod egal celor 4 nepoți. Câte fructe primește fiecare nepot? Rezolvați în două moduri.

11. Determină numerele naturale de forma $\overline{a67}$, dacă suma cifrelor sale se împarte exact la 3.

12. La un depozit au sosit 15 containere cu marfă. În fiecare dintre ele se află câte 48 de cutii iar fiecare cutie conține 28 de cărți. Cărțile sunt distribuite în mod egal către 21 de librării. Câte cărți primește fiecare librărie?

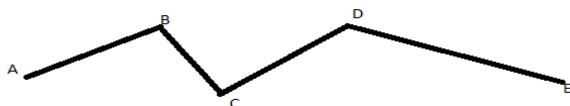
Lucrați în perechi!

13. Determinați numerele naturale x pentru care sunt adevărate egalitățile:

- a) $531 - 6 \cdot x = 453$; b) $14 \cdot x - 15 = 13$;
 c) $12\ 435 \cdot (2 \cdot x - 8) = 0$; d) $512 : (x + 9) = 16$.



Ai rezolvat exercițiile? Continuă!



1. Află lungimea drumului A-B-C-D-E, știind că distanțele AB, BC, CD și CE sunt egale cu rezultatele operațiilor: $1\ 020 : 12$; $9\ 702 : 154$; $24\ 960 : 320$ respectiv $11\ 622 : 894$.

2. Rezolvă corect exercițiul de mai jos și vei descoperi că rezultatul reprezintă anul în care primul om a pășit pe Lună.

$$125 \cdot 12 - 246 : 6 + 1\ 200 : 100 + 7\ 684 : 17 + 2\ 116 : 46 =$$

3. Simona și Andrei au împreună 648 de lei. Andrei are o sumă de trei ori mai mare decât a Simonei. Cei doi copii hotărâsc să cumpere un joc Lego care costă 128 de lei. Află câți bani îi rămân fiecărui copil, știind că ei au cheltuit sume egale.

4. Bogdan se gândește la un număr pe care îl înmulțește cu 17, iar la rezultatul obținut adună produsul numerelor 169 și 3. Apoi împarte noul rezultat la 13 și obține numărul 73. Încercuiește răspunsul care indică numărul la care s-a gândit Bogdan:

- a) 112; b) 26; c) 7 514.

5. Perimetrul unui pătrat este egal cu jumătate din perimetrul unui dreptunghi care are lungimea egală cu 144 de metri și lățimea de 12 de ori mai mică decât lungimea. Află lungimea laturii pătratului.

I.8. Împărțirea cu rest a numerelor naturale

Adriana are 27 de flori și le aranjează în buchete de câte 5. Câte buchete face Adriana? Câte flori îi rămân?



Efectuând scăderile repetate,

$27 - 5 = 22$, $22 - 5 = 17$, $17 - 5 = 12$, $12 - 5 = 7$, $7 - 5 = 2$, observăm că putem forma 5 buchete de câte 5 flori și ne rămân 2 flori. Cu ajutorul împărțirii vom scrie $27 : 5 = 5$ rest 2.

➤ **Câtul** împărțirii reprezintă numărul buchetelor.

➤ **Restul** reprezintă numărul de flori rămase.



Reține!

Teorema împărțirii cu rest

Dacă avem două numere naturale a și b cu $b \neq 0$, prin efectuarea împărțirii numărului a , numit **deîmpărțit**, la numărul b , numit **împărțitor**, obținem numărul q , numit **cât** și numărul r , numit **rest**. Pentru fiecare împărțire câtul și restul sunt unic determinate și întotdeauna restul obținut este mai mic decât împărțitorul. Cele patru numere verifică egalitatea:

$$a = b \cdot q + r, \text{ iar } 0 \leq r < b$$

De exemplu, $83\,462 : 125 = 667$ rest 87 deci, $83\,462 = 125 \cdot 667 + 87$ deci, $83462 = 125 \cdot 667 + 87$

Exemplu:

83 462	125
750	667
846	
75	
962	
875	
87	

- **Numerele pare** se împart exact la 2, deci ele sunt de forma $2 \cdot k$, unde k este număr natural.
- **Numerele impare** împărțite la 2 dau de fiecare dată restul 1, deci ele sunt de forma $2 \cdot k + 1$, unde k este număr natural.
- Dacă restul împărțirii numărului n la numărul a este egal cu k , numărul natural n este de forma $n = a \cdot b + k$, unde $0 \leq k < a$ și $a \neq 0$

Să rezolvăm împreună!

1. Află trei numere naturale impare consecutive, știind că suma dintre cel mai mare și cel mai mic este egală cu 54.

Rezolvare: Cele trei numere sunt de forma $2 \cdot k + 1$, $2 \cdot k + 3$, $2 \cdot k + 5$ rezultă $2 \cdot k + 1 + 2 \cdot k + 5 = 54$ de unde obținem $4 \cdot k + 6 = 54 \Rightarrow k = 12$. Deci, numerele sunt 25, 27 și 29.

2. Află restul împărțirii numărului $a = 11 \cdot 12 \cdot 13 + 25$ la 12.

Rezolvare: $a = 11 \cdot 12 \cdot 13 + 2 \cdot 12 + 1 = 12 \cdot (11 \cdot 13 + 2) + 1$ rezultă $a = 12 \cdot 145 + 2$ și cum $2 < 12$ restul împărțirii lui a la 12 este egal cu 2.

3. Află restul împărțirii numărului $a = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 13 + 15$ la 11.

Rezolvare: $a = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 13 + 15 = 11 \cdot 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 10 \cdot 12 \cdot 13 + 11 + 4 = 11 \cdot (1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 10 \cdot 12 \cdot 13 + 1) + 4$. Notând $b = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 10 \cdot 12 \cdot 13 + 1$, vom avea $a = 11 \cdot b + 4$ și cum $4 < 11$, restul împărțirii lui a la 11 va fi egal cu 4.



Rezolvă exerciții și probleme!

1. Determină câtul și restul următoarelor împărțiri și verifică, după model, rezultatele:

$34 : 7 = 4$, rest 6 și verificare: $7 \cdot 4 + 6 = 34$

- a) $95 : 3$; b) $95\,634 : 140$; c) $126 : 16$; d) $443\,150 : 225$; e) $234 : 35$.

2. Completează tabelul:

deîmpărțit	456		6575	
împărțitor	11	42	24	45
cât		7		3
rest		17		25

3. a) Determină numărul natural care împărțit la 13 dă câtul 6 și restul 12; b) Determină numărul natural care împărțit la 23 dă câtul 100 și restul 5.

4. Calculează suma resturilor pe care le putem obține prin împărțirea unui număr natural la 6.

5. Câte numere naturale împărțite la 7 dau câtul 5? Calculează suma acestora.

6. Suma a două numere este 29. Află numerele știind că împărțindu-l pe cel mare la cel mic obținem câtul 6 și restul 1.

7. Află cel mai mare număr natural care împărțit la 30 dă câtul de 10 ori mai mare decât restul.

8. Determină numărul natural pe care dacă îl împărțim printr-un număr de o cifră obținem restul 8 și câtul 10.

Indicație: Restul este mai mic decât împărțitorul și, cum împărțitorul are o cifră, el va fi egal cu 9.

9. Calculează suma numerelor naturale care împărțite la 5 dau câtul egal cu restul.

10. Un camion poate transporta câte 3 tone de nisip la fiecare cursă. Află numărul de transporturi care vor fi efectuate pentru 49 tone de nisip.

11. La o florărie sunt 342 de trandafiri. Câte buchete de câte 3 trandafiri se pot aranja? Stabilește dacă pentru a realiza buchete de câte 15 flori se folosesc toți trandafirii.

Lucrați în grupe de patru elevi!

12. Aflați numerele naturale nenule care împărțite la 7 dau câtul egal cu dublul restului.

13. Împărțind numărul natural a la 24, obținem restul 16. Determinați care este restul împărțirii numărului a la 8? Dar restul împărțirii lui a la 4?

Indicație: $a : 24 = b, \text{ rest } 16 \Rightarrow a = 24 \cdot b + 16 = 8 \cdot (3 \cdot b + 2)$ deci, restul împărțirii lui a la 8 este egal cu 0.

14. a) Arătați că nu există numere naturale care împărțite la 27 să dea restul 9 și împărțite la 3 să dea restul 2.

b) Arătați că nu există numere naturale care împărțite la 28 să dea restul 7 și împărțite la 7 să dea restul 5.

Indicație: a) Dacă $n : 27 = q \text{ rest } 9$, atunci $n = 27 \cdot q + 9 = 9 \cdot (3 \cdot q + 1)$, ceea ce ne arată că numărul n se împarte exact la 3, deci restul nu poate fi 2.

15. Aflați restul împărțirii numărului $a = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 27 \cdot 28 + 20$ la 17.



Ai rezolvat primele exerciții? Continuă!

1. Determină câtul și restul următoarelor împărțiri: a) $2\,348 : 15$; b) $125\,673 : 32$; c) $987 : 123$.

2. Determină numărul care împărțit la 100 dă câtul 99 și restul 98.

3. Află două numere naturale, știind că suma lor este 72, iar dacă îl împărțim pe cel mare la cel mic obținem câtul 2 și restul 15.

4. Împărțind două numere naturale, câtul obținut este egal cu un sfert din împărțitor, iar restul este egal cu jumătate din cât. Reconstituie împărțirea știind că suma dintre împărțitor, cât și rest este 99.

5. Află restul împărțirii numărului $a = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2017 \cdot 2018 + 2018$ la 2017.

6. Calculează sumele:

a) $s = 4 + 7 + 10 + \dots + 91$

b) $s = 6 + 11 + 16 + 21 + \dots + 101$.

Indicație: Observăm că termenii sumei sunt „din trei în trei” și fiecare termen are restul 1 la împărțirea prin 3. Astfel, folosind teorema împărțirii cu rest, avem $4 = 3 \cdot 1 + 1$, $7 = 3 \cdot 2 + 1$, $10 = 3 \cdot 3 + 1$, ..., $91 = 3 \cdot 30 + 1$. Deci, suma are 30 de termeni și putem scrie $s = 3 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 30) + \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{30 \text{ de termeni}}$

I.8. Evaluare

SUBIECTUL I

Un tren parcurge în patru zile distanțele înscrise în tabelul de mai jos. Observă atent valorile pentru a rezolva corect cerințele:

Ziua	Ziua 1	Ziua 2	Ziua 3	Ziua 4
Nr. km	1 150	1 375	1 105	1 257



1. Încercuiește varianta corectă. Călătorul a parcurs cei mai mulți km în:

- a) prima zi; b) a doua zi;
c) a treia zi; d) a patra zi.

2. Distanța parcursă în primele două zile a fost de:

- a) 2 525 km; b) 2 425 km; c) 2 380 km; d) 2 407 km.

3. Completează, pe foaia de testare, spațiile punctate pentru a obține propoziții adevărate:

- a) În a patra zi a parcurs cu ... km mai mult decât în prima zi.
b) Trenul parcurge 125 de km într-o oră. Durata călătoriei din cea de-a doua zi va fi de ...ore.
c) Un avion parcurge într-o zi o distanță de 12 ori mai mare decât distanța parcursă de tren în cea de-a treia zi. Distanța parcursă de avion este de ... km.

SUBIECTUL II

Completează, pe foaia de testare, spațiile punctate pentru a obține propoziții adevărate:

- a) Suma dintre sfertul lui 84 și triplul lui 15 este egală cu ...
b) Diferența dintre 121 și dublul numărului 34 este egală cu ...
c) Produsul dintre: dublul diferenței numerelor 48 și 32 și jumătatea sumei dintre cele mai mici numere pare de două cifre identice este egal cu ...
d) Câțul dintre suma numerelor 58 și 27 și diferența numerelor 46 și 29 este egal cu ...

SUBIECTUL III

1. În exercițiul $10 \cdot 8 - 6 - 2 : 2$ pune paranteze rotunde pentru a obține rezultatele 0, 19 respectiv 10.
2. Află câte grame cântărește un pachet de cafea, dacă o cutie cu 135 de pachete cântărește 36 900 g, iar cutia cântărește 450 g.
3. Cât poate fi deîmpărțitul dacă câțul este un număr de o cifră, restul este de trei ori mai mic decât câțul, iar împărțitorul este de 11 ori mai mare decât câțul? Găsește toate variantele de răspuns.
4. Calculează suma $11 + 22 + 33 + \dots + 198$.

Timp de lucru: 50 de minute

Barem de notare:

10 puncte din oficiu, Subiectul I: 30 de puncte, Subiectul II: 20 de puncte, Subiectul III: 40 de puncte



Să ne amuzăm ...

Scrive numărul corespunzător lunii în care te-ai născut. Lunii ianuarie i se asociază numărul 1, lunii februarie i se asociază 2 și așa mai departe. Înmulțește acel număr cu 5. Apoi adaugă 6. Multiplică rezultatul cu 4. Adaugă 9. Înmulțește încă o dată rezultatul cu 5. La final, adaugă numărul care reprezintă data zilei tale de naștere, iar din total scade 165. Rezultatul ar trebui să fie numărul format prin alăturarea numerelor care reprezintă luna, respectiv ziua ta de naștere. A funcționat? Verifică și pentru colegul de bancă!

I.9. Consolidare

- Completează spațiile punctate pentru a obține propoziții adevărate:
 - numărul 154 234 se scrie cu litere:
 - numărul două milioane cinci sute douăzeci de mii trei sute cinci se scrie cu cifre.....
 - cel mai mic număr natural scris cu patru cifre distincte este.....
 - cel mai mare număr natural de trei cifre distincte este.....
 - numărul mai mare decât 244 cu 87 este egal cu.....
 - numărul de 87 de ori mai mic decât 2 001 este egal cu.....
 - suma dintre triplul numărului 17 și o treime din numărul 201 este egală cu.....
- Reprezintă pe axă numerele: 11, 15, 17, 18 și 21.
- Aproximează prin lipsă și prin adaos, la ordinul zecilor de mii, numărul 295 836.
- Ordonează crescător toate numerele de trei cifre distincte ce se pot forma utilizând cifrele 3, 4 și 7.
- Determină cifrele a, b, c și d pentru care $\overline{7a9b} = c \cdot 1000 + 2 \cdot 100 + d \cdot 10 + 8$.
- Determină numărul natural de forma $\overline{3a5bc9d}$, știind că este egal cu răsturnatul său.
- Află câte numere naturale pare sunt de forma $\overline{a3b}$.
- Efectuează:
 - $13 \cdot 9 - 48 : 6 + 12$; $650 : 11 =$; b) $32 \cdot 17 + 7$; $095 : 165 - 78 : 26 =$
 - $2002 + \{ [150 - (26 \cdot 15 - 95 \cdot 3) \cdot 2] \cdot 3 - 24 \cdot 5 \} =$
- Determină câtul și restul următoarelor împărțiri și verifică rezultatele, utilizând teorema împărțirii cu rest. *Exemplu:* $1\ 246 : 152 = 8$ rest 30, verificare $152 \cdot 8 + 30 = 1\ 246$.
 - $34\ 711 : 112$; b) $90\ 705 : 304$.
- Determină toate numerele naturale x , pentru care $21 + 3 \cdot x < 30$.
- Andrei, Bogdan și Cristi au împreună 763 de lei. După ce fiecare cheltuie aceeași sumă de bani, celor trei copii le rămân 213 lei, 146 lei respectiv 167 lei. Aflați ce sumă a avut inițial fiecare.



Să fim mai buni!

- Determină câte cifre sunt necesare pentru numerotarea unei cărți cu 125 pagini.
 - Află câte pagini are o carte pentru a cărei numerotare s-au folosit 522 cifre.
- Calculează, folosind factorul comun:
 - $73 \cdot 538 - 73 \cdot 500 - 73 \cdot 37$; b) $3 + 6 + 9 + \dots + 90$;
 - $300 \cdot 299 + 299 \cdot 298 - 598 \cdot 198$.
- Un tată de 41 de ani are patru copii cu vârstele de 8, 6, 4 și 2 ani. Află după câți ani tatăl va avea vârsta egală cu suma vârstelor copiilor.
- Determină numărul natural x pentru care $(12 \cdot x + 24) : 12 - 625 : 125 = 1$.
- Produsul a două numere este 72. Mărind unul dintre numere cu 10, produsul devine 92. Determină cele două numere.
- Suma a două numere naturale este egală cu 130. Determină cele două numere știind că împărțind numărul mai mare la numărul mai mic, obținem câtul 2 și restul 25.
- Calculează diferența dintre deîmpărțit și împărțitor, știind că împărțitorul este 27, câtul reprezintă două treimi din împărțitor, iar restul este cel mai mare număr de o cifră.
- Se consideră șirul de numere naturale 6, 13, 20, 27, 34, ...
 - Verifică dacă numărul 2015 este termen al șirului.
 - Află care este cel de-al 2015-lea termen al șirului.
- Determină perechile de numere naturale (x, y) pentru care $2 \cdot x \cdot y + 2 \cdot y = 8$.
- Folosind metoda factorului comun, calculează:
 - $a \cdot c - c \cdot b$ dacă $a - b = 24$ și $c = 3$;
 - $7 \cdot a + 9 \cdot b + 2 \cdot c$ dacă $a + b = 43$ și $b + c = 15$.

II. PUTERI

II.1. Puterea cu exponent natural a unui număr natural

Produsul cu factori egali $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$ se poate scrie 5^9 și se citește „*cinci la puterea a noua*”. În această scriere numărul 5 se numește *bază*, iar numărul 9 se numește *exponent*.



Reține!

Dacă a și n sunt numere naturale cu $n \geq 2$, atunci $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ factori}}$. Numărul a se numește *baza* puterii,

numărul n se numește *exponentul* puterii, iar a^n se citește „*a la puterea n*”. Ridicarea la putere, fiind o operație de înmulțire se efectuează înaintea operațiilor de adunare și scădere.

Să rezolvăm împreună!

$$10^1 = 10; 10^6 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1\,000\,000; 25^2 = 25 \cdot 25 = 625; 3^2 + 2^2 = 3 \cdot 3 + 2 \cdot 2 = 9 + 4 = 13.$$

Observații: a^2 și se citește „*a la puterea a doua*” sau „*a la pătrat*”.

- a^3 și se citește „*a la puterea a treia*” sau „*a la cub*”.
- prin convenție, $a^0 = 1$ pentru orice număr natural nenul a și $a^1 = a$ pentru orice număr natural. Nu are sens 0^0 .

De exemplu: Trei la pătrat este $3^2 = 3 \cdot 3 = 9$, iar doi la cub este $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2$.



Rezolvă exerciții și probleme!

1. Completează spațiile punctate pentru a obține enunțuri adevărate:

- În scrierea 4^3 , numărul 4 reprezintă ..., iar numărul 3 reprezintă ...
- Numărul 2017^0 este egal cu ...
- Ca putere cu baza 3, numărul 27 se scrie ...

2. Compară pătratul numărului 8 cu numărul 4 la cub.

4. Ce observații?

3. Scrie următoarele produse ca puteri cu exponent număr natural:

- $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$; b) $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$; c) $\underbrace{3 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 3}_{2018 \text{ factori}}$; d) $5 \cdot 25$.

4. Efectuați calculele: a) $2^2 + 2^4 + 2^0$; b) $4^3 - 7^0$; c) $121^0 : 1^{121}$; d) $(7-5)^2 : 4$.

5. Completați tabelele următoare:

a^n	Baz a	Exponentul
12^{32}		
213^{25}		

a	b	$a^2 + b^2$	$(a+b)^2$
1	2		
2	3		

Lucrați în grupe de câte patru elevi!

Observăm că produsul numerelor $13 \cdot 28 \cdot 37 = 13468$ are ultima cifră 8. Înmulțind ultimele cifre ale fiecărui factor din produs obținem $3 \cdot 8 \cdot 7 = 168$. Deci ultima cifră a unui produs de numere naturale este egală cu ultima cifră a produsului ultimelor cifre ale factorilor săi.

1. Determinați ultima cifră a numerelor: a) 10^7 ; b) $5^2 \cdot 5^3$; c) 11^3 ; d) 6^4 .

Descoperiți care va fi ultima cifră a unui număr natural, ridicat la orice putere nenulă, știind că numărul dat se termină cu una dintre cifrele 0, 1, 5 sau 6. Studiați și cazurile în care numărul dat se termină cu una dintre cifrele 2, 3, 4, 7, 8 sau 9. Ce observații?

În contexte matematice, notația $u(n)$ reprezintă ultima cifră a numărului natural n , de exemplu $u(297) = 7$.

Exersează!

1. Calculează: a) $2^3 + 3^3$; b) $1^2 + 2^2 + 3^2$; c) $(1+2+3)^2$; d) $2^2 \cdot 1001 - 41^2$; e) $\left[(2^2 - 3) \cdot 7 + 7^0 \right] : 2^3$.

2. Scrie numărul 9 ca o sumă de puteri cu baza 2. (Enumeră toate posibilitățile).

3. Calculează pătratul și cubul numerelor: a) 8; b) 9; c) 11; d) 12; e) 25; f) 102.

4. Determină ultima cifră a numerelor: a) 5^{62} ; b) 8^{33} .

II.2. Reguli de calcul cu puteri

• ÎNMULȚIREA DE PUTERI CARE AU ACEEAȘI BAZĂ

$$\text{Efectuăm următoarea operație matematică: } 3^4 \cdot 3^5 = \underbrace{(3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3)}_{4 \text{ factori}} \cdot \underbrace{(3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3)}_{5 \text{ factori}} = \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{4+5 \text{ factori}}$$

Observăm că: $3^4 \cdot 3^5 = 3^{4+5} = 3^9$



Reține!

Produsul a două sau mai multe puteri care au aceeași bază este o putere care are aceeași bază și exponentul egal cu suma exponentilor factorilor produsului.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \text{ unde } a, m \text{ și } n \text{ sunt numere naturale}$$

Rezolvați în perechi!

1. Calculați utilizând regula $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$:

a) $13 \cdot 13^6 \cdot 13^5$; b) $23^3 \cdot 23^7 \cdot 23^0$; c) $2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 16$.

Indicație: $4 = 2 \cdot 2 = 2^2$, $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$, iar $16 = 2^4$.

2. Determinați numerele naturale a și b pentru care se verifică egalitățile:

a) $2^2 \cdot 2^a = 2^5$; b) $3^2 \cdot 3^4 \cdot 3^b = 3^{12}$; c) $5^a \cdot 5^b = 5^3$ (determinați toate posibilitățile).

• PUTEREA UNEI PUTERI

Efectuăm următoarea operație matematică: $(3^4)^3 = 3^4 \cdot 3^4 \cdot 3^4 = 3^{4+4+4} = 3^{4 \cdot 3} = 3^{12}$.

Observăm că: $(3^4)^3 = 3^{4 \cdot 3} = 3^{12}$.



Reține!

Puterea unei puteri a unui număr natural este o putere a acelui număr natural, care are exponentul egal cu produsul exponentilor.

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n} \text{ unde } a, m \text{ și } n \text{ sunt numere naturale}$$

Atenție! $4^{3^2} = 4^9$ și $(4^3)^2 = 4^{3 \cdot 2} = 4^6$

Rezolvați în perechi!

3. Efectuați calculele utilizând regula $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$:

a) $(2^3)^4$; b) $(12^1)^{12}$; c) $((4^2)^3)^5$; d) $(2^3)^4 \cdot (2^2)^5$; e) $(2017^{2017})^0$; f) $(2^2)^2 + (3^{21})^0 - 1^{2018}$.

• PUTEREA UNUI PRODUS

Efectuăm următoarea operație matematică: $(3 \cdot 2)^3 = (3 \cdot 2) \cdot (3 \cdot 2) \cdot (3 \cdot 2) = (3 \cdot 3 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) = 3^3 \cdot 2^3$

Observăm că $(3 \cdot 2)^3 = 3^3 \cdot 2^3$.



Reține!

Un produs se ridică la o putere, ridicând fiecare factor la acea putere.

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n \text{ unde } a, b \text{ și } n \text{ sunt numere naturale}$$

Rezolvați în perechi!

4. Efectuați calculele utilizând regula $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$:

a) $(5 \cdot 2)^2 =$; b) $(3^2 \cdot 2)^3 =$; c) $(2^2 \cdot 3)^2 - 16 \cdot 3^2 =$; d) $(5 \cdot 2^3)^2 - 24 \cdot 2^6 =$; e) $(5 \cdot 2)^6 - (10^2)^3 =$.

• ÎMPĂRȚIREA DE PUTERI CARE AU ACEEAȘI BAZĂ

Știm că $5^3 \cdot 5^4 = 5^7$ deci, de aici obținem că $5^7 : 5^4 = 5^3$ sau $5^7 : 5^3 = 5^4$

Observăm că $5^7 : 5^4 = 5^{7-4} = 5^3$ și $5^7 : 5^3 = 5^{7-3} = 5^4$



Reține!

Câtul a două puteri care au aceeași bază este o putere care are aceeași bază și exponentul egal cu diferența dintre exponentul deîmpărțitului și exponentul împărțitorului.

$$a^m : a^n = a^{m-n} \text{ unde } a, m \text{ și } n \text{ sunt numere naturale, } m \geq n \text{ și } a \neq 0$$



Rezolvați în perechi!

5. Calculați utilizând regula $a^m : a^n = a^{m-n}$:

- a) $13^6 : 13^5$; b) $23^7 : 23^2 : 23$; c) $(2^3)^5 : 2^{10}$;
 d) $11^{50} : 11^{45} - 11^5$; e) $(3^2 \cdot 5)^3 : (3^6 \cdot 5^3)$;
 f) $4^{12} : 2^{23} + 9^{15} : 3^{29}$; g) $(3 \cdot 3^2 \cdot 3^3 \cdot 3^{200}) : 9^{103}$.

Indicație: $4 = 2^2$ și $9 = 3^2$

Rezolvă exerciții și probleme!

1. Asociază fiecărui exercițiu din prima coloana rezultatul corespunzător din a doua coloană:

- | | |
|--|------------|
| a) $2^{67} : 2^{65}$ | A 12 |
| b) $2^3 + 2^2$ | B 6^2 |
| c) $3^{124} : 3^{120}$ | C 4 |
| d) $2^2 \cdot 3^2$ | D 5^{15} |
| e) $(5^3)^5$ | E 0 |
| f) $4^{13} : 4^{10} - 2 \cdot 2^2 \cdot 2^3$ | F 81 |
| | G 5^8 |

2. Utilizând regulile de calcul cu puteri, efectuează calculele:

- | | |
|--|---|
| a) $4^{25} : 4^{23} - 3^{23} : 3^{21}$; | e) $5^{176} \cdot 5^0 \cdot 5^{24} : 5^{199}$; |
| b) $(14 - 11)^{25} : (23 - 20)^{23}$; | f) $2^{24} \cdot 3^{24} - 6^{24}$; |
| c) $(3^3)^8 : (3^6 \cdot 3^4)$; | g) $(5^7 + 5^8 + 5^9) : 5^6$; |
| d) $24^3 : 6^3 - 4^{23} : 4^{20}$; | h) $(7^4 + 2 \cdot 7^5 + 3 \cdot 7^6) : 162$. |

Indicație: $24^3 : 6^3 = (24 : 6)^3 = 4^3$

3. Încercuiește varianta corespunzătoare răspunsului corect:

- a) Valoarea numărului natural $b = (4^5)^3 : (2 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^4)^3$ este: **A.8; B.0; C.4; D.1.**
 b) Valoarea numărului natural $a = 2^2 \cdot 2^3 - 5^5 : 5^3 - (7^5)^0$ este: **A.6; B.0; C.7; D.38.**

4. Calculează:

- a) $81^7 : 3^{5^2}$; b) $4^{12} : 2^{22} - 8^9 : 2^{26}$; c) $(25^2 \cdot 5^4)^3 : 5^{22} - 2^{2^2}$.

Lucrați în grupe de câte patru elevi!

5. Determinați numerele naturale a și b pentru care se verifică egalitățile:

- a) $2^{12} : 2^a = 2^5$; b) $3^2 \cdot 3^4 : 3^b = 3$; c) $7^{24} = (7^a)^b$ (determinați toate posibilitățile);
 d) $5^5 : (5^b \cdot 5^a) = 5^3$ (determinați toate posibilitățile).

6. Comparați numerele $a = [(2^8)^3 : (2^6 + 2^6) : 8 - 8^6 : 4^5 : 16] : 2^{12} + 2$ și

$$b = 3^{46} : [9^{22} + 3^{20} \cdot 27^8 + 9^{30} : 81^4] - 2^{23} : (2^{22} + 2^{22}).$$

7. Arătați că egalitățile de mai jos sunt adevărate pentru orice număr natural n :

- a) $(3^2 \cdot 5^n + 4^2 \cdot 5^n) : 5^{n+2} = 1$; b) $18 \cdot 7^n - 11 \cdot 7^n = 7^{n+1}$.

8. Calculați:

- a) $5^{23} : 5^{21} + 2^6 \cdot 2^4 - (2^2)^5$; b) $5^4 \cdot 3^4 - 15^{2^2}$; c) $(16 - 12)^4 : 4^3 - 3^7 : (3^2 - 6)^6$.

9. Scrieți sub formă de putere rezultatul calculului: $(2^6 \cdot 4^3 \cdot 8^2)^5 : 16^3$.

II.3. Pătratul unui număr natural

Ne reamintim că 5^2 se poate citi „*cinci la pătrat*” sau „*pătratul lui cinci*” și generalizând putem spune că puterea a doua a unui număr natural se mai numește și pătratul acelui număr.

Exemple: 0 este pătratul lui 0, deoarece $0^2 = 0$, 9 este pătratul lui 3 deoarece $3^2 = 9$, 25 este pătratul lui 5 deoarece $5^2 = 25$, 12^{26} este pătratul numărului 12^{13} deoarece $12^{26} = (12^{13})^2$. În general, numărul $a^{2 \cdot k}$ este pătratul numărului a^k deoarece $a^{2 \cdot k} = (a^k)^2$ oricare ar fi numerele naturale a și k , excepție cazul $a = k = 0$.

Descoperim prin calcul și reținem!

1. Calculați pătratele numerelor naturale de la 0 la 20.

Observăm că pătratul oricărui număr natural are ultima cifră egală cu una dintre cifrele 0, 1, 4, 5, 6 sau 9. Pătratul unui număr natural nu poate avea ultima cifră 2, 3, 7 sau 8.

Exemple: Numărul $a = 5^{1234} + 2$ nu este pătratul unui număr natural deoarece ultima sa cifră este 7.

Atenție! Numărul 35 nu este pătratul unui număr natural, el fiind cuprins între pătratele a două numere naturale consecutive: $5^2 = 25 < 35 < 36 = 6^2$



Reține!

Un număr încadrat între pătratele a două numere naturale consecutive, nu este pătratul unui număr natural.

Să rezolvăm împreună!

1. Arătați că numărul $25 \cdot 4^7 \cdot 121^5$ este pătratul unui număr natural.

Rezolvare: $25 \cdot 4^7 \cdot 121^5 = 5^2 \cdot (2^2)^7 (11^2)^5 = 5^2 \cdot 2^{14} \cdot 11^{10} = (5 \cdot 2^7 \cdot 11^5)^2$, deci pătratul numărului $5 \cdot 2^7 \cdot 11^5$.

2. Arătați că numărul $a = 5^{2 \cdot n + 3} - 5^{2 \cdot n + 2}$ este pătratul unui număr natural.

Rezolvare: $a = 5^{2 \cdot n + 3} - 5^{2 \cdot n + 2} = 5^{2 \cdot n + 2} \cdot 5 - 5^{2 \cdot n + 2} = 5^{2 \cdot n + 2} \cdot (5 - 1) = 5^{2 \cdot n + 2} \cdot 4 = 5^{2 \cdot n + 2} \cdot 2^2 = (5^{n+1} \cdot 2)^2$ de

unde rezultă că a este pătratul numărului $5^{n+1} \cdot 2$.



Rezolvă exerciții și probleme!

1. Scrie numerele naturale ale căror pătrate sunt mai mici decât 150.

2. Arată că următoarele numere sunt pătratele unor numere naturale:

a) 64; b) 121 c) 10 000; d) 11^4 ; e) $21^{17} : 21^{13}$; f) $17^{13} \cdot 17^{19}$ g) $(7^3)^6$;

h) $2^8 \cdot 4^3 \cdot 16$; i) 25^{17} ; j) $36^7 : 6^8$; k) $2^{35} + 2^{35}$; l) $5^{15} - 5^{14}$.

3. Încadrează următoarele numere între pătratele a două numere naturale consecutive:

a) 45; b) 129; c) 246; d) 2^7 ; e) 3^5 .

4. Arată că următoarele numere nu sunt pătrate de numere naturale:

a) 123 123; b) 17^{17} ; c) $134 \cdot 2347$; d) $5^2 + 3^2$; e) $6^{34} + 2$; f) $5^{2 \cdot n + 3}$ unde n este număr natural.

5. Justifică de ce numerele de forma $5 \cdot n + 3$ și $5 \cdot n + 2$ nu pot fi pătrate de numere naturale, unde n este număr natural.

Lucrați în grupe de câte patru!

6. Arătați că numerele $a = 3^6 \cdot 9^n$, $b = 3 \cdot 4^n + 4^n$ și $c = 36^n + 4^n \cdot 3^{2 \cdot n + 1}$ sunt pătrate de numere naturale pentru orice număr natural n .

Lucrați în perechi!

7. Determinați numerele naturale care au pătratul egal cu numărul:

a) $n = 13 + 2 \cdot (1 + 2 + \dots + 12)$; b) $n = 1003 + 2 \cdot (1 + 2 + \dots + 1002)$.



Ai terminat exercițiile? Continuă!

1. Scrie numărul 13 ca o sumă de două pătrate.

2. Scrie numărul 13^{121} ca o sumă de două pătrate.

3. Arată că numărul $n = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 9 + 2$ nu este pătratul unui număr natural.

II.4. Compararea puterilor

Vrem să comparăm numerele 3^4 și 3^2 . Deoarece $3^4 = 81 > 9 = 3^2$ deducem că puterea cu exponentul mai mare este mai mare.



Reține!

Dintre două puteri care au aceeași bază, este mai mare cea care are exponentul mai mare.

$$a^m > a^n \text{ dacă } m > n, a > 1 \text{ și } a, m, n \text{ sunt numere naturale}$$

Comparând acum numerele $3^4 = 81$ și $2^4 = 16$, observăm că puterea cu baza mai mare este mai mare.



Reține!

Dintre două puteri care au același exponent nenul, este mai mare cea care are baza mai mare.

$$a^m > b^m \text{ dacă } a > b, a, b \geq 2, m \geq 1, a, b, m \text{ sunt numere naturale}$$

Să rezolvăm împreună!

1. Pentru a compara numerele 3^{24} și 9^{13} observăm că $9 = 3^2$ și utilizând regulile de calcul cu puteri obținem: $9^{13} = (3^2)^{13} = 3^{2 \cdot 13} = 3^{26}$. Suntem acum în situația în care cele două puteri au aceeași bază. Cum $3^{24} < 3^{26}$ atunci $3^{24} < 9^{13}$.

2. Pentru a compara numerele 3^{24} și 2^{36} observăm că exponenții se pot scrie astfel: $24 = 2 \cdot 12$ și $36 = 3 \cdot 12$. Vom avea $3^{24} = 3^{2 \cdot 12} = (3^2)^{12} = 9^{12}$, iar $2^{36} = 2^{3 \cdot 12} = (2^3)^{12} = 8^{12}$. Cum $9^{12} > 8^{12}$ atunci $3^{24} > 2^{36}$.

3. Pentru a compara numerele 2^{41} și 3^{24} , neavând posibilitatea de a aduce puterile la o bază comună sau la exponenți comuni, putem proceda astfel: scriem $2^{41} = 2^{40} \cdot 2 = 2^{10 \cdot 4} \cdot 2 = (2^{10})^4 \cdot 2 = 1024^4 \cdot 2$ și $3^{24} = 3^{6 \cdot 4} = (3^6)^4 = 729^4$. Cum $1024^4 > 729^4$ vom avea $1024^4 \cdot 2 > 729^4$, deci $2^{41} > 3^{24}$.



Rezolvă exerciții și probleme!

1. În \square pune semnul corespunzător ($<$, $>$, $=$):

- a) $5^{23} \square 5^{34}$; b) $26^{12} \square 26^{24}$; c) $2017^{1+2+3+4} \square 2017^{3^2}$;
d) $7^{34} \square 17^{34}$; e) $1209^3 \square 1290^3$; f) $451^0 \square 451^2$.

2. Compară următoarele numere:

- a) 78^0 și 87^0 ; b) 5^{24} și 25^{10} ; c) 11^{33} și 33^{11} ; d) 36^{125} și 6^{54} ; e) 3^{2^3} și $(3^2)^4$.

3. Ordonează crescător numerele:

- a) 2^{26} , 4^{14} , 8^8 , 16^5 ; b) 2^{44} , 3^{22} , 5^{22} , 7^{11} ; c) 5^{60} , 3^{100} , 7^{80} .



Ai rezolvat exercițiile? Continuă!

1. Compară numerele:

- a) 15^2 și 15^5 ; b) $(3+4)^2$ și $3^2 + 4^2$; c) $2 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot \dots \cdot 2^{10}$ și 3^{44} .

2. Determină numerele naturale n , pentru care este adevărată relația $5^4 \leq 5^n \leq 25^4$.

3. Încercuți **A** pentru o propoziție adevărată și **F** pentru una falsă:

- a) Numerele 3^{360} și 9^{180} sunt egale. / **F**
d) Numărul 5^{24} este mai mic decât numărul 7^{35} . / **F**
c) Numărul 2^{36} este mai mare decât 4^{18} . / **F**

4. Ordinea crescătoare a numerelor $a = 32^8$, $b = 2^{42}$ și $c = 16^{12}$ este următoarea:

- A.** $a < b < c$; **B.** $a < c < b$; **C.** $c < b < a$; **D.** $b < a < c$.

II.5. Scrierea în baza 10, scrierea în baza 2

Ne reamintim că orice număr natural de două sau mai multe cifre se poate scrie ca o sumă de produse astfel: $1258 = 1 \cdot 1000 + 2 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 8$ sau $1258 = 1 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 8$.

Generalizând, scrierea unui număr sub forma $\overline{abcd} = a \cdot 10^3 + b \cdot 10^2 + c \cdot 10 + d$, unde $a \neq 0$, iar a, b, c și d sunt cifre de la 0 la 9, reprezintă scrierea în **sistemul zecimal** sau **scrierea în baza 10**. Scrierea unui număr în sistem zecimal are la bază faptul că 10 unități de un anumit ordin formează o unitate de ordin imediat superior.

Exemple: $76 = 7 \cdot 10 + 6$, iar $4 \cdot 10^5 + 6 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10 + 1 = 462591$.

De-a lungul timpului s-au utilizat diferite baze de numerație. Astfel, sumerienii utilizau scrierea în baza 60, iar mayașii, scrierea în baza 20. Dacă baza era mai mică, se utilizau mai puține simboluri, dar scrierea numărului era mai lungă.

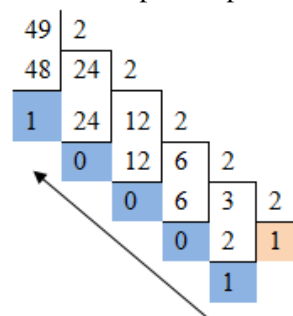
Un sistem de numerație care stă la baza funcționării calculatoarelor este sistemul binar, sau sistemul de numerație în baza 2, ce are ca suport faptul că 2 unități de un anumit ordin formează o unitate de ordin imediat superior. În acest sistem de numerație se folosesc doar cifrele 0 și 1.

$\overline{abcd}_{(2)} = a \cdot 2^3 + b \cdot 2^2 + c \cdot 2^1 + d$ unde $a = 1$, iar b, c și d sunt cifrele 0 sau 1.

Trecerea din baza 10 în baza 2

Pentru a trece un număr din bază 10 în bază 2 se procedează astfel: se împarte numărul la 2 și se reține restul, apoi se împarte câtul obținut la 2 și se reține restul. Se continuă astfel până se obține câtul 1. Astfel, numărul scris în bază 2 se obține scriind ultimul cât, urmat de toate resturile obținute de la ultimul până la primul.

Așadar $49_{(10)} = 10\,001_{(2)}$



Exemplu: Numărul 49 se trece din baza 10 în bază 2 astfel:

Trecerea din baza 2 în baza 10 se realizează astfel:

$110001_{(2)} = 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 = 32 + 16 + 1 = 49$;

Observăm că prin trecerea numărului 49 din baza 10 în baza 2 obținem și scrierea numărului 49 ca o sumă de puteri ale lui 2.



Rezolvă exerciții și probleme!

1. Scrie numerele naturale care au descompunerile: a) $2 \cdot 10 + 4$; b) $6 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10 + 5$;
c) $3 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10 + 3$; d) $1 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^3 + 9$; e) $1 \cdot 10^6 + 9 \cdot 10 + 9$.
2. Scrie în baza 2 numărul $1 \cdot 2^{10} + 1 \cdot 2^8 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2 + 1$ și precizează numărul cifrelor.
Indicație: Numărul $1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^2 + 1$ se scrie $110\,001_{(2)}$ și observăm că are 6 cifre.
3. Scrie ca o sumă de puteri ale lui 2 numerele 25, 35 și 111.
4. Transformă din baza 2 în baza 10 numărul $1\,010\,111_{(2)}$.

Lucrați în perechi!

5. Determinați cifrele x și y , știind că $\overline{x0y} + \overline{xy} + \overline{yx} = 135$.

Exersează!

1. Determină x pentru care: a) $\overline{12x} + \overline{x2} = 177$; b) $\overline{1x3} + \overline{3x} = 188$.
2. Determină toate numerele de forma \overline{xy} care sunt cu 45 mari decât \overline{yx} .
3. Determină numerele naturale consecutive \overline{xy} și \overline{xz} pentru care $\overline{xy} + \overline{xz} = 51$.
4. Compară numerele $2^{35} + 2^8$ și $2^{25} + 2^{21} + 2^{12}$.

Indicație: Determinăm numărul de cifre al celor două numere scrise în baza 2.

II.6. Ordinea efectuării operațiilor



Reține!

- adunarea și scăderea sunt operații de ordinul întâi;
- înmulțirea și împărțirea sunt operații de ordinul al doilea;
- ridicarea la putere este operație de ordinul al treilea.

Într-un exercițiu fără paranteze, ordinea în care se efectuează operațiile este următoarea: se efectuează operațiile de ordinul al treilea, apoi operațiile de ordinul al doilea și în final operațiile de ordinul întâi. Dacă în exercițiu, sunt notate paranteze, efectuăm, mai întâi operațiile din paranteza rotundă, apoi pe cele din paranteza pătrată, iar la final pe cele din acoladă.

Exemple:

$24 + 35 : 7 = 24 + 5 = 29$	$48 : 4 - 5 \cdot 2 = 12 - 10 = 2$
$47 - 3^2 \cdot 4 = 47 - 9 \cdot 4 = 47 - 36 = 11$	$(2^4 \cdot 3 + 12) : 5 \cdot 2 = (16 \cdot 3 + 12) : 5 \cdot 2 = (48 + 12) : 5 \cdot 2 = 60 : 5 \cdot 2 = 12 \cdot 2 = 24$



Rezolvă exerciții și probleme!

1. Efectuează:

- a) $825 + 399 + 175 + 601$; b) $25 \cdot 125 \cdot 40 - 20 \cdot 125 \cdot 50$;
 c) $15 \cdot 24 : 4$; d) $603 - 389 - 111 + 397$.

2. Completează tabelul:

a	b	c	$a \cdot (b + c)$	$a \cdot b + c$	$a + b \cdot c$	$(a + c) \cdot b$	$a^2 - b : c$
10	32	8					
3	45	9					
2	21	7					
10	21	3					
11	48	16					
17	225	45					

3. Rezolvă, respectând ordinea de efectuare a operațiilor:

- a) $749 + 945 : 35 + 15 \cdot 16$; b) $49 \cdot 246 - 125$;
 c) $749 + 945 : 35$; d) $10\,584 : 189 + 17 \cdot 81$;
 e) $23\,205 : 357 - 16\,785 : 287$; f) $25^2 - 8^3$;
 g) $37^2 : 37 + 37^0$; h) $4^5 + 524 : 4 + 127$.

4. Calculează:

- a) $45 \cdot (16 + 25)$;
 b) $121 : (45 \cdot 10 - 439)$;
 c) $[(314 : 2 - 57) + 25] : 25 - 5$;
 d) $\{[(120 + 2 \cdot 15) : 75 + 4] \cdot 10^2 - 40 \cdot 5\} : 80$;
 e) $(8^4 : 4^5 + 27^9 : 3^{24} + 2^{12} : 2^{11}) : 3$;
 f) $4\,500 - 5 \cdot 450 - 5 \cdot (5^{55} : 25^{27} + 10^2 : 4) \cdot (1 \cdot 2^2 \cdot 3^3 - 3 \cdot 6^2 + 7) : 42$;
 g) $48 \cdot (2 \cdot 9 - 2 \cdot 3^2)$;
 h) $7^2 \cdot (27^3 : 9^4 + 1)$;
 i) $74 : (2\,017^{2017} + 2017^0 + 0^{2017})^0$;
 j) $4 \cdot [23 + 5 \cdot (23 - 4 \cdot 2^2)] + 2\,017^0$;
 k) $2^0 + 5 \cdot (5^{100} + 5^{99} + 5^{98}) : 5^{98} + 343 : 7^2$;
 l) $9 + 8 \cdot \{76 - 5 \cdot [4 + 3 \cdot (3^2 - 2^3)]\}$.

5. La membrul stâng, adaugă paranteze rotunde pentru a obține propoziții adevărate:

- a) $360 : 9 + 9 - 8 = 12$; b) $7 \cdot 6 \cdot 5 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 252$;
 c) $5 \cdot 4 \cdot 3 + 2 + 1 = 75$.

6. Calculează suma cifrelor a și b știind că $\overline{5ab} + \overline{ab3} + \overline{b7a} = 906$.

7. La membrul stâng, completează cu semnele corespunzătoare (+, -, ·, :, /) pentru a obține propoziții adevărate:

- a) $4 \dots 5 \dots 6 = 3$;
- b) $24 \dots 6 \dots 6 = 10$;
- c) $2 \dots 3 \dots (23 \dots 2) = 0$;
- d) $4 \dots 52 \dots 9 \dots 2 = 11$.

8. Determină:

- a) suma dintre pătratul lui 8 și triplul lui 18;
- b) diferența dintre pătratul numărului 11 și dublul numărului 3;
- c) produsul dintre dublul diferenței numerelor 48 și 32 și jumătatea sumei dintre primele două numere pare de două cifre identice;
- d) câtul dintre suma numerelor 58 și 27 și diferența numerelor 46 și 29;
- e) câtul dintre suma tuturor numerelor naturale mai mici decât 20 și cel mai mic număr par de două cifre;
- f) diferența dintre suma tuturor numerelor naturale pare mai mici decât 51 și triplul numărului 17.



Ai rezolvat exercițiile? Continuă!

1. Rezultatul calculului $(5^2 + 15 \cdot 6) : 5 - 2^2 \cdot 5 + 3$ este:

- a) 0; b) 6; c) 23.

2. Stabilește corespondența astfel încât să obții propoziții adevărate:

- | | |
|----------------------|--------|
| A. $(2+3)^2$ | a) 14; |
| B. $2^2+3 \cdot 2$ | b) 10; |
| C. $(2^2+3) \cdot 2$ | c) 20; |
| | d) 25. |

3. Efectuează calculul:

- a) $10 + 4 \cdot 3^2 - 7 \cdot 5 - (3 + 2^3)$;
- b) $2017 - \{ [42 - (5^2 \cdot 14 - 85 \cdot 4) \cdot 2] \cdot 3 + 2^6 \}$;
- c) $(10^2 - 7^2 + 5^4) \cdot (223^0 + 1^{1500})$.

4. Calculează diferența dintre 2^{10} și jumătatea numărului 2^{11} .

5. Determină câtul dintre pătratul numărului 9^{25} și o treime din numărul 27^{16} .

6. Se consideră numărul $a = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{99} + 3^{100}$. Arată că $a = (3^{101} - 1) : 2$.

Indicație: Calculăm $3 \cdot a = 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{100} + 3^{101}$ și efectuăm diferența dintre $3 \cdot a$ și a .

7. Scrie numerele $x = \left[2^{30^2} \cdot (2^6)^{100} + (32^4)^{100} : 2^{500} \right] \cdot 2$

și $y = 5 \cdot (3^{2002} - 3^{2001} - 9^{1000})$ ca pătrate de numere naturale.

8. Scrie sub formă de putere produsul dintre numărul 11^2 și răsturnatul său.

9. Calculează sumele:

- a) $2 + 4 + 6 + \dots + 2018$;
- b) $5 + 10 + 15 + \dots + 2020$;
- c) $35 + 38 + 41 + \dots + 103$.

II.7. Evaluare

1. Asociază operației, din prima coloană, numărul corespunzător rezultatului din coloana a doua.

- | | |
|--|----------|
| a) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ | 2^8 |
| b) $2^4 \cdot 2^4$ | 2^{16} |
| c) $2^4 + 2^4$ | 2^7 |
| d) $(2^4)^4$ | 6^3 |
| e) $2^3 \cdot 3^3$ | 2^5 |
| | 5^3 |

2. Completează spațiile punctate pentru a obține enunțuri adevărate:

- în scrierea 7^{27} , numărul 7 reprezintă....., iar numărul 27 reprezintă
- numărul 8 se scrie ca putere cu baza 2
- pătratul unui număr poate avea ultima cifră.....
- dintre două puteri care au aceeași bază este mai mare cea cu

3. Încercuiește **A**, dacă afirmația este adevărată și **F**, dacă aceasta este falsă.

- Pătratul unui număr poate avea ultima cifră 3. **A** **F**
- Numerele 5^4 și 25^2 sunt egale. **A** **F**
- Numărul $(123^{12})^{12}$ este mai mic decât numărul 123^{123} . **A** **F**
- Numărul 13^4 este pătratul numărului 13^2 . **A** **F**

4. Încercuiește varianta corespunzătoare rezultatului corect:

- descompunerea în baza 10 a numărului 870 265 este:

A. $8 \cdot 10^5 + 7 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 5$;	B. $8 \cdot 10^6 + 7 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 5$;
C. $8 \cdot 10^5 + 7 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 5$;	D. $8 \cdot 10^5 + 7 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 5$.
- între numerele $a = 2^{10}$, $b = 4^4$ și $c = 8^2$ se stabilește relația următoare:

A. $a < b < c$;	B. $a < c < b$;	C. $c < b < a$;	D. $b < a < c$.
-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------
- numărul 56, scris în baza 10, se va scrie în baza 2 astfel:

A. 110 010 ₍₂₎ ;	B. 110 000 ₍₂₎ ;	C. 11 000 ₍₂₎ ;	D. 101 010 ₍₂₎ .
------------------------------------	------------------------------------	-----------------------------------	------------------------------------

5. Calculează:

- $2^2 + 3^2 + 5^2 + (2017^2)^0$;
- $3^2 - 2^{48} : (2^4 \cdot 2^{11})^3 + 1^{2017} + (2^2 \cdot 3^2) : (2 \cdot 3)$.

6. Determină cifrele a , b și c , cu $0 < a < b < c$, astfel încât $\overline{ala} + \overline{blb} + \overline{clc} = 636$.

7. Determină cifra a știind că $\overline{1a5} + \overline{a23} + 2 \cdot a = 352$.

8. Determină cel mai mic număr natural n pentru care numărul $b = n \cdot 1 + n \cdot 2 + \dots + n \cdot 15$ este pătratul unui număr natural.

9. Justifică de ce numărul scris $a = 1 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 \cdot 3 + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 + \dots + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 10$ nu poate fi pătratul unui număr natural.

Timp de lucru: 50 de minute

Barem de notare: 1 punct – din oficiu, Subiectul 1 – 2p, Subiectul 2 – 2p, Subiectul 3 – 1p, Subiectul 4 – 2 p, Subiectul 5 – 0,5p, Subiectul 6 – 0,5p, Subiectul 7 – 0,5p, Subiectul 8 – 0,5p

II.8. Consolidare



1. Completează spațiile punctate pentru a obține propoziții adevărate:

- a) Produsul dintre numărul natural 12^2 și răsturnatul său este egal cu.....
 b) Suma dintre pătratul lui 4 și dublul celui mai mic număr natural de două cifre identice este ...
 c) Rezultatul calculului $4^3 + 3^4$ este ...
 d) Numărul $2017^0 + 2^3$ este pătratul numărului ...
 e) Dintre numerele 9^{40} și 19^{50} mai mic este ...
 f) Scris ca o putere cu baza 3 numărul 81 este ...
 g) Ultima cifră a numărului 15^{35} este ...

2. Alege răspunsul corect:

a) Rezultatul calculului: $20^2 - 15 \cdot (10^2 - 9^2)$ este:

- i) 385; ii) 115; iii) 210.

b) Rezultatul calculului: $\left[4 \cdot (15 - 2^2 \cdot 3) + 3^2\right]^3 : (2^2 + 2^2 + 2^0)$ este:

- i) 441; ii) 21; iii) 1.

c) Transformat din bază 2 în bază 10 numărul $1\ 011_{(2)}$ este:

- i) 11; ii) 21; iii) 13.

d) Transformat din baza 10 în baza 2 numărul 51 este:

- i) $110\ 011_{(2)}$; ii) $11\ 011_{(2)}$; iii) $10\ 011_{(2)}$.

3. Efectuează:

- a) $4\ 379 - 1\ 256 + 140$; b) $(478 - 300) - (250 - 125)$; c) $23 \cdot 25 : 5 \cdot 6$; d) $15\ 800 : 100 : 79 \cdot 7$; e) $2^3 + 3^3$;
 f) $1^2 + 2^2 + 3^2$; g) $(1 + 2 + 3)^2$; h) $2^2 \cdot 1\ 0001 - 41^2$; i) $[(2^2) - 3 \cdot 7 + 7^0] : 2^3$.

4. Compară numerele:

- a) 25^{14} și 25^{41} ; b) 19^{10} și 27^{10} ; c) 9^{10} și 27^6 .

5. Ordonează crescător numerele în fiecare din situațiile de mai jos:

- a) 3^3 , 2^4 , 5^{5^0} , 5^3 , $(2^3)^2$, $2^{5^{1^2}}$;

- b) 2^3 , 3^4 , 4^3 , 5^{5^0} , $(3^2)^2$, $2^{3^{1^2}}$.

6. Determină ultima cifră a numărului $2^{12} + 6^{31}$.

7. Determină toate numerele naturale x , pentru care $4^x < 70$.

8. Verifică dacă $(3^{2002} + 3^{2003} + 3^{2004}) : 3^{2003} = 13$.



Să fim mai buni!

1. Se dau numerele $a = 49 + 25 \cdot 49$, $b = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{100}$ și $c = 32^{32} : 16^{16} : 8^8 : 4^4 : 2^2 : 2$.

a) Arată că $a = 1274$, $b = 2^{101} - 1$ și $c = 2^{61}$.

b) Calculează numărul $d = (b+1) : 2^{40} + c$ și verifică dacă d este pătratul unui număr natural.

c) Calculează numărul $e = 2^a : (b+1)^{12} : (c:2)$ și verifică dacă e este pătratul unui număr natural.

2. Calculează, apoi ordonează descrescător numerele:

$$x = [(2^3)^5 : 4^6 - 3 \cdot (2^3 + 3 - 3^2)] \cdot (2^2)^3, \quad y = [9^{20} : 27^{13} \cdot (2^{2017} + 2^{2016} + 3^{2015})^0] \cdot 5 + 10^2,$$

$$z = (2015 : 5 + 3^5 : 3^3) : 2^2 + 2017^0.$$

III.1. Metoda reducerii la unitate

Miruna cumpără 6 păpuși pentru care plătește 150 lei. Prietena ei, Andreea, vrea să cumpere 5 păpuși de același fel. Câți lei va cheltui Andreea?

Rezolvăm problema astfel:

- aflăm câți lei costă o păpușă (*o unitate*) $150 : 6 = 25$ lei;
- știind prețul unei păpuși, calculăm câți lei vor costa 5 păpuși de același fel

$25 \cdot 5 = 125$ de lei.



Reține!

Metoda reducerii la unitate constă în determinarea valorii unei unități din datele enunțate în problemă.

Să rezolvăm împreună!

1. Un muncitor realizează în 4 ore, 48 de piese. Află câte piese va realiza muncitorul în 7 ore.

Rezolvare: Într-o oră muncitorul va realiza de patru ori mai puține piese, $48 : 4 = 12$ piese. În 7 ore va realiza de șapte ori mai mult decât într-o oră, adică $7 \cdot 12 = 84$ de piese.

2. Pentru a umple o piscină, sunt deschise, timp de 45 de minute, cinci robinete cu același debit. Aflați în cât timp se va umple piscina dacă sunt deschise doar trei robinete. (*Debitul reprezintă cantitatea de apă care trece, într-o unitate de timp, prin robinet.*)

Rezolvare: Cum pentru 5 robinete sunt necesare 45 de ore pentru a umple piscina, deducem că timpul necesar unui singur robinet va fi de 5 ori mai mare, adică $5 \cdot 45 = 225$ de ore. Deci, 3 robinete vor umple bazinul în $225 : 3 = 75$ de ore.

Rezolvă probleme folosind metoda reducerii la unitate!

1. Pentru a cumpăra 5 kg de mere, Ioana a plătit 20 de lei. Află câți lei plătește prietena ei, dacă aceasta cumpără 2 kg de mere de același fel.

2. Dacă din 210 kg mere se obțin 70 litri de suc, determină ce cantitate de mere este necesară pentru a obține 130 litri de suc. Câți litri de suc se obțin din 224 kg de mere?

3. Prețul pentru 10 bilete de tren este de 20 de lei. Află care este prețul pentru 8 bilete de același fel.

4. Într-o librărie, la promoție, un pachet de 23 de cărți costă 345 de lei, iar o carte cumpărată separat costă 17 lei. Află ce sumă se economisește la achiziționarea unei cărți din pachetul promoțional.

5. O croitoreasă confecționează 7 rochii din 21 m de mătase. De câți metri de mătase are nevoie pentru a confecționa 12 rochii?

6. Patru iepuri mănâncă 2 kg de morcovi în 5 zile. Aflați cât consumă cei patru iepuri într-o zi. Câte kilograme de morcovi consumă 8 iepuri în 15 zile?

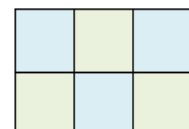
Indicație: Transformă cantitățile în grame (1 kg = 1 000 g).



Ai rezolvat problemele? Continuă!

1. Un cadru metalic este alcătuit din 6 pătrate cu latura de 2 m, ca în figura alăturată. Cât costă materialul necesar cadrului, dacă o bară de metal cu lungimea de 8 m are prețul de 48 lei?

2. Pentru a vopsi 4 fețe ale unui cub, Dan a folosit 48 g de vopsea. Îi este suficientă o cutie de 250 g pentru a vopsi 4 cuburi? Justifică răspunsul.



3. Pentru împrejmuirea cu gard a unei curți care are forma unui dreptunghi cu lungimea de 32 m și lățimea de 20 m, s-au cheltuit 5 824 de lei. Determină cât va costa gardul pentru o curte de aceeași formă, dar cu lățimea mai mică cu 7 m decât a primei curți.

4. Completează tabelul următor apoi compune o problemă cu aceste date:

Cantitatea (kg)	137	23	331
Preț total (lei)	1 644		

5. Șase muncitori termină o lucrare în cinci zile. Află în câte zile pot termina aceeași lucrare doi muncitori.

III.2. Metoda comparației

În unele probleme, relațiile matematice dintre datele necunoscute rezultă prin compararea a două sau mai multe situații diferite. Compararea situațiilor se realizează pentru a se stabili diferențele dintre acestea. Această modalitate de a rezolva problemele reprezintă **metoda comparației**.

Pentru a sesiza mai ușor diferențele dintre cele două situații, așezăm unele sub altele mărimile de același fel conținute în problemă. În final, pentru a afla necunoscutele problemei, folosim metoda reducerii la unitate.

Să rezolvăm împreună!

1. Mara a cumpărat opt creioane și șase caiete și a plătit 20 de lei. Prietena ei, Ioana, a cumpărat patru creioane și șase caiete și a plătit 16 lei. Cât costă un creion?

Rezolvare: Așezăm datele problemei ca mai jos.

8 creioane 6 caiete 20 lei

4 creioane 6 caiete 16 lei

Observăm că Mara a cumpărat patru creioane în plus față de prietena sa. Cum Mara a cheltuit cu 4 lei mai mult decât Ioana, rezultă că un creion va costa 1 leu.

2. La floraria Iris, un buchet de flori, format din cinci lalele și patru frezii costă 55 de lei, iar un buchet format din trei lalele și două frezii costă 29 de lei. Aflați prețul unui fir de frezie.

Rezolvare: Așezăm datele problemei ca mai jos

5 lalele 4 frezii 55 lei

3 lalele 2 frezii 29 lei

În cele două relații observăm că nu coincid datele, dar dublând datele celei de-a doua relații vom obține același număr de frezii. Astfel, avem:

5 lalele 4 frezii 55 lei

6 lalele 4 frezii 58 lei

Comparând relațiile observăm, că în problema anterioară, prețul unui fir de lalea este 3 lei. Înlocuind în una dintre cele două relații, obținem prețul unei frezii de 10 lei.

3. 3 kg mere și 2 kg pere costă 34 lei, iar 2 kg mere și 3 kg pere costă 36 lei. Cât costă 7 kg de mere?

Rezolvare: Așezăm datele problemei ca mai jos;

3 kg mere 2 kg pere 34 lei | · 2

2 kg mere 3 kg pere 36 lei | · 3

În această situație este necesar să multiplicăm ambele relații: prima cu 2, iar a doua cu 3. Obținem:

6 kg mere 4 kg pere 68 lei

6 kg mere 9 kg pere 108 lei

Comparând relațiile constatăm că 5 kg de pere costă 40 lei deci, 1 kg pere costă 8 lei și, înlocuind în una dintre cele două relații, obținem prețul 1 kg de mere de 6 lei. Deci, 7 kg de mere costă 42 de lei.



Rezolvă probleme!

1. Maria a cumpărat de la cofetărie două amandine și trei ecleruri pentru care a plătit 24 lei, iar prietena ei, Ioana, a cumpărat două amandine și șapte ecleruri care au costat 40 lei. Cât costă un ecler? Dar o amandină?

2. La o brutărie s-au vândut, într-o oră, 5 chifle și 8 covrigi, care au costat 18 lei, iar în ora următoare, 25 chifle și 12 covrigi, pentru care s-au încasat 62 lei. Care este prețul de vânzare pentru un covrig?

3. În trei autocare și cinci microbuze sunt 240 de locuri, iar în patru autocare și șase microbuze (de același fel) sunt 302 locuri. Câte locuri sunt într-un microbuz?

4. La un atelier de croitorie din 22 m de material se pot face 4 rochii și 3 bluze sau 3 rochii și 5 bluze. Câți m de material se folosesc la 5 rochii și 3 bluze de același fel?

III.3. Metoda figurativă

La un magazin de jucării sunt 150 de jocuri, unele lego și altele puzzle. Știind că numărul de jocuri puzzle este de patru ori mai mare decât al celor lego, află câte jocuri de puzzle sunt.

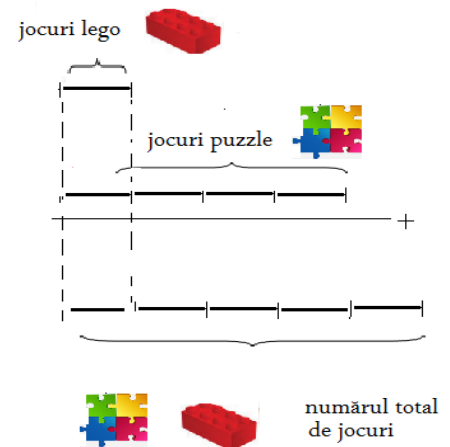


Reține!

Vom rezolva această problemă prin **metoda figurativă**, metodă bazată pe reprezentarea, de cele mai multe ori, prin segmente, a datelor necunoscute și a relațiilor matematice dintre acestea.

Astfel, reprezentăm numărul jocurilor lego, printr-un segment. Numărul jocurilor puzzle, fiind de patru ori mai mare, îl reprezentăm prin patru segmente egale cu cel al jocurilor lego. Deci, numărul tuturor jocurilor va fi reprezentat de cinci segmente egale cu cel al jocurilor lego. Cum numărul total de jocuri este de 150, rezultă că numărul jocurilor lego este egal cu $150 : 5 = 30$.

Numărul jocurilor puzzle se poate afla prin înmulțire $30 \cdot 4 = 120$ sau prin scădere $150 - 30 = 120$.



Rezolvă folosind metoda figurativă!

1. Elena a cumpărat de la cofetarie 12 prăjituri, unele cu ciocolată și altele cu frișcă. Numărul prăjiturilor cu ciocolată este cu 2 mai mare decât al celor cu frișcă. Câte prăjituri cu frișcă a cumpărat Elena?
2. Suma dintre un număr și sfertul său este 25. Care este numărul?
3. Suma a două numere este 150, iar diferența celor două numere este 38. Determină cele două numere.
4. Diferența a două numere este 45. Află cele două numere, știind că împărțind numărul mare la numărul mic obținem câtul 5 și restul 5.
5. Într-un depozit sunt 2 500 de tone de legume. Știind că sunt de două ori mai multe roșii decât ardei și cu 8 tone mai puține vinetede decât ardei, află câte tone roșii sunt în depozit.
6. La o florărie sunt de două ori mai multe lalele decât trandafiri, iar numărul de bujori este triplu față de numărul lalelelor. În total sunt 360 de fire de flori. Câți trandafiri și câți bujori sunt în florărie?
7. La o brutărie numărul de covrigi este dublul numărului de chifle, iar numărul de pâini este un sfert din numărul de chifle. Câte pâini sunt, dacă în total sunt 2 314 produse?
8. În două lăzi sunt 56 kg de mere. Dacă din prima ladă se mută 4 kg în cea de-a doua, atunci în cele două lăzi avem cantități egale de mere. Ce cantitate de mere se afla inițial în fiecare ladă?



Ai rezolvat? Continuă!

1. Suma a trei numere naturale consecutive este 528. Determină numărul mai mic.
2. Suma a două numere este 80, iar diferența lor este 6. Care sunt cele două numere?
3. Suma a patru numere naturale impare consecutive este 1 656. Află cel mai mare dintre numere.
4. În două cutii sunt același număr de biscuiți. Dacă din prima cutie se mută în cea de-a doua 35 de biscuiți, atunci în a doua cutie vor fi de șase ori mai mulți biscuiți decât în prima cutie. Câți biscuiți sunt în fiecare cutie?
5. În doi saci sunt cantități egale de cereale. Dacă din primul sac se mută în cel de-al doilea 35 kg, atunci în al doilea va fi o cantitate de șase ori mai mare decât în primul. Ce cantitate de cereale este în fiecare sac?
6. Formulează o problemă pornind de la reprezentarea grafică de mai jos și apoi rezolv-o:



7. Suma înălțimilor vârfurilor Măcin și Moldoveanu este egală cu 3 011 m. Vârful Moldoveanu este cu 209 m mai înalt decât înălțimea vârfului Măcin înmulțită cu 5. Determină înălțimea fiecărui vârf.

III.4. Metoda mersului invers

Să rezolvăm împreună!



Alex se gândește la un număr:

adună numărul cu 17, rezultatul îl înmulțește cu 4 și obține 172. La ce număr s-a gândit Alex?

Putem scrie relațiile într-un singur exercițiu deforma $(a+17) \cdot 4 = 172$, litera a reprezentând numărul necunoscut.



Reține!

Folosind *metoda mersului invers*, textul problemei trebuie urmărit de la sfârșit către început. Pe parcursul rezolvării, efectuăm operațiile inverse celor din enunțul problemei. Astfel:

- împărțim rezultatul cu 4 și obținem $172 : 4 = 43$, suma dintre numărul necunoscut și 17;
- din acest rezultat scădem pe 17 și astfel aflăm numărul necunoscut $a = 43 - 17$.

Deci, numărul la care s-a gândit Alex este 26.



Rezolvă probleme!

1. Corina are de cinci ori mai multe piese de lego decât Ioana, iar Ioana are cu 135 de piese de lego mai mult decât Paul. Știind că Paul are 340 de piese, află câte piese de lego are Ioana și câte piese are Corina.

2. Maria a fost într-o excursie de trei zile și în prima zi a cheltuit o parte din bani. În a doua zi a cheltuit cu 10 lei mai puțin decât în prima zi, iar în a treia zi, de două ori mai mult decât în a doua zi, respectiv 78 de lei. Află câți lei a cheltuit Maria în fiecare zi din excursie.

3. Determină termenul necunoscut din egalitățile următoare:

a) $(3 \cdot a + 5) \cdot 5 - 3 = 292$;

b) $(b - 5) \cdot 2 = 30$;

c) $(c - 17) \cdot 3 + 15 = 45$;

d) $[2 \cdot (d - 30) - 45] \cdot 3 = 165$.

4. Triplează un număr, apoi adună 147 și vei obține 2 343. Care este numărul inițial?

5. Bogdan se gândește la un număr, din el scade o cincime și obține 36. Care este numărul la care s-a gândit Bogdan?

6. Un alpinist parcurge un traseu montan în patru zile. În prima zi parcurge jumătate din traseu plus 4 km, în a doua zi parcurge jumătate din rest plus 4 km, în a treia zi parcurge jumătate din rest plus 4 km, iar în a patra zi parcurge ultimii 4 km. Calculează lungimea traseului parcurs de alpinist în cele patru zile.

7. Bunica lasă celor 3 nepoți un coș cu nuci și le spune să le împartă în mod egal. Primul nepot vine și ia o treime din numărul de nuci din coș. Al doilea nepot, crezând că este primul, ia o treime din nucile rămase și pleacă. Fără să știe de ceilalți doi, al treilea nepot își ia numărul reprezentând treimea sa din nucile rămase. Dacă în coș au rămas 16 nuci, câte au fost la început și câte a luat fiecare nepot ?



Ai rezolvat primele probleme? Continuă!

1. Află termenul necunoscut din următoarele egalități:

a) $[(4 \cdot m + 5) : 3 + 10] : 5 + 5 = 10$; b) $[(13 + 12 \cdot m) \cdot 10 - 330] : 100 = 13$.

2. Determină numărul copiilor de la un club sportiv, știind că două șesimi dintre ei practică fotbalul, o șesime practică înotul și restul de 72 de copii practică atletismul.

3. Bunica împarte mere nepoților ei. Dacă fiecare nepot primește 5 mere, în coșul bunicii nu mai rămâne niciun măr, iar dacă împarte câte 4 mere, în coș rămân 6 mere. Câți nepoți are bunica?

4. Ana cheltuie o cincime din bani pe caiete, dublu pe cărți, iar restul, de 84 de lei, pe rechizite. Cât costă cărțile? Dar caietele?

III.5. Metoda falsei ipoteze

Într-o problemă de matematică, datele enunțate în textul problemei constituie ipoteza de lucru. **Metoda falsei ipoteze** constă în a presupune că ipoteza problemei este incorectă (falsă). Pornind de aici, vom ajunge rapid la rezolvarea problemei.

Să rezolvăm împreună!

1. Într-un atelier de mobilă se produc scaune de bucătărie, unele cu trei picioare, iar altele cu patru picioare. Dacă o comandă a fost de 20 de scaune și pentru acestea s-au confecționat 67 de picioare, află câte scaune de fiecare fel s-au comandat.

Rezolvare: Pornim de la următoarea ipoteză:

– fiecare scaun, dintre cele 20, are 3 picioare.

Efectuând calculul $20 \cdot 3$ rezultă un total de 60 de picioare. Observăm că numărul de picioare obținut este cu șapte mai mic decât numărul de picioare realizat, ceea ce înseamnă că presupunerea a fost falsă, adică nu toate scaunele au trei picioare. Diferența de șapte picioare reprezintă numărul scaunelor cu patru picioare, deoarece fiecare dintre acestea are câte un picior în plus față de cel cu trei picioare. Deci, 13 scaune au trei picioare.

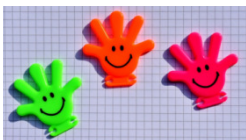
2. Suma a nouă numere naturale nenule este 44. Arătați că cel puțin două numere din cele nouă, sunt egale.

Rezolvare: Presupunem că cele nouă numere sunt diferite și arătăm că această presupunere nu este corectă.

Calculăm suma primelor 9 numere naturale nenule, care este egală cu:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45.$$

Cum $44 < 45$, deducem că numerele nu pot fi diferite, deci presupunerea este falsă.



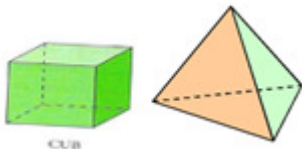
Rezolvă probleme!

1. În ora de matematică, fiecare dintre cei 23 de elevi ai unei clase a desenat un triunghi sau un pătrat, în total ei desenând 80 de segmente.

Câți elevi au desenat un triunghi?

2. Raluca a cules din grădina bunicii 33 de fire de trifoi, unele cu 3 foi, iar altele cu 4 foi (**trifoiul norocos**). Numărând foile Raluca a constatat că sunt 120. Câte fire de trifoi norocos sunt?

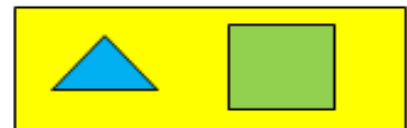
3. În cabinetul de matematică sunt 40 de corpuri geometrice: cuburi și piramide triunghiulare. În total, acestea au 210 vârfuri. Câte piramide și câte cuburi sunt?



4. Într-o librărie sunt două feluri de cutii cu carioci, unele au 4 carioci, iar altele au 12 carioci. Știind că sunt 200 de cutii în care se află 1 304 carioci, stabilește câte cutii conțin 12 carioci.

5. Într-un bloc sunt apartamente cu 3 și 4 camere, în total 32 de apartamente cu 113 camere. Determină numărul apartamentelor cu 4 camere.

6. La o fabrică de autoturisme se produc mașini cu două uși și mașini cu patru uși. Producția anuală este de 200 de mașini care au în total 674 de uși. Determină numărul mașinilor cu două uși fabricate.



Ai rezolvat problemele? Continuă!

1. La un magazin de articole sportive sunt 125 de biciclete și triciclete. În total, acestea au 285 de roți. Câte biciclete sunt în magazin? Dar triciclete?

2. Într-o excursie, cei 71 de elevi participanți, sunt cazați în 29 de camere. Camerele au 2, 3 sau 4 paturi. Știind că numărul camerelor cu 2 paturi este egal cu dublul numărului de camere cu 3 paturi câte camere au 4 paturi?

3. Compune o problemă care se poate rezolva prin metoda falsei ipoteze!

Evaluare

Subiectul I

Completează, pe foaia de testare, spațiile punctate pentru a obține propoziții adevărate:

1. Suma a patru numere naturale consecutive este 618. Cel mai mic dintre numere este egal cu
2. De la librărie, Matei a cumpărat cinci creioane și șase caiete plătind 17 lei. Prietenul său, Andrei, a plătit 16 lei pentru cinci creioane și șapte caiete. Prețul unui caiet este de ... lei, iar al unui creion este de ... lei.

Subiectul II

Scrie varianta corespunzătoare răspunsului corect:

- Laura se gândește la un număr pe care îl înmulțește cu 10. Din rezultat scade 20 și obține 150. Laura s-a gândit la numărul:
- a) 13 ; b) 17 ; c) 1 700.

Subiectul III

Scrie rezolvările complete:

1. Într-o școală sunt 675 de elevi. Dacă pleacă 20 de fete și vin 25 de băieți atunci numărul fetelor va fi egal cu numărul băieților. Câți băieți sunt în școală?
2. La casieria unui teatru s-au vândut 150 de bilete. Cele pentru copii costă 30 lei, iar cele pentru adulți 45 lei. Știind că s-au încasat 6 000 lei, stabilește câte bilete pentru adulți au fost vândute.

Timp de lucru: 50 de minute

Barem de notare:

Oficiu: 10 puncte, Subiectul I – 30 de puncte, Subiectul II – 20 de puncte, Subiectul III – 40 de puncte.

Consolidare

1. La Grădina Zoologică, într-un sector, sunt zebre, ponei și căprioare. Un copil întreabă un îngrijitor:
– Aveți 14 animale în acest sector?
– Nu, ai numărat greșit! Avem cu două mai multe! Sunt de două ori mai multe căprioare decât ponei și avem cu patru mai multe zebre decât căprioare și ponei la un loc.
Află câte zebre, câți ponei și câte căprioare sunt la Grădina Zoologică.
2. La supermarket pentru 5 kg de portocale, 3 kg de struguri și 2 kg de mere se plătesc 67 de lei, iar pentru 3 kg de portocale, 2 kg de struguri și 5 kg de mere se plătesc 49 de lei. Cât costă 1 kg de struguri și 19 kg de mere? Dar 19 kg de mere și 19 kg de struguri?

3. Completează tabelul:

Cantitatea (kg)	5	12	27
Preț (lei)		96	

4. În curtea bunicii sunt 40 de animale – găini și oi – care au 126 de picioare. Câte găini sunt în curtea bunicii?
5. Se schimbă mobilierul într-o sală de clasă și se cumpără 3 dulapuri, 16 mese și 32 de scaune noi. O masă, un scaun și un dulap costă 722 lei. Dacă dulapul este cu 95 lei mai ieftin decât o masă, iar un scaun costă cu 18 lei mai puțin decât un dulap, calculează prețul necesar achiziționării întregului mobilier.
6. Determină numărul natural care verifică egalitatea $5 \cdot (x - 13) - 12 = 43$.