



CONCURSUL NAȚIONAL „PEDAGOGIA MATEMATICII”
7 martie 2026
ETAPA JUDEȚEANĂ/SECTOARELOR MUNICIPIULUI BUCUREȘTI
CLASA a IX-a
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- *Filiera vocațională, profilul pedagogic, toate specializările*
- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu.

SUBIECTUL I

(20 de puncte)

<p>a) Dacă a, b și c sunt numere reale astfel încât $a \leq 2$, $b \leq 3$, $c \geq 4$ și $a + b - c = -9$, calculați valoarea expresiei $E = \sqrt{a^2 - 4a + 4} + \sqrt{b^2 - 6b + 9} + \sqrt{16 + c^2 - 8c}$.</p> <p>b) Dacă a și b sunt numere reale astfel încât $a^2 + b^2 - 2a - 6b + 10 = 0$, calculați $a^{2026} - (2a - b)^{2026}$.</p>		
a)	$\sqrt{a^2 - 4a + 4} + \sqrt{b^2 - 6b + 9} + \sqrt{16 + c^2 - 8c} = a - 2 + b - 3 + c - 4 $ $ a - 2 = 2 - a$ $ b - 3 = 3 - b$ $ c - 4 = c - 4$ $E = -a - b + c + 1 = 9 + 1 = 10$	<p>3p</p> <p>2p</p> <p>2p</p> <p>2p</p> <p>1p</p>
b)	$a^2 + b^2 - 2a - 6b + 10 = 0 \Rightarrow (a - 1)^2 + (b - 3)^2 = 0$ $(a - 1)^2 = 0 \Rightarrow a = 1$ $(b - 3)^2 = 0 \Rightarrow b = 3$ $a^{2026} - (2a - b)^{2026} = 0$	<p>4p</p> <p>2p</p> <p>2p</p> <p>2p</p>

SUBIECTUL II (autor Raluca Daniela Stoican)

(20 de puncte)

<p>a) O poezie este formată din versuri care, prin așezarea lor, formează un trapez isoscel, fiecare vers având cu 2 cuvinte mai mult decât precedentul. Câte cuvinte trebuie plasate în primul vers, astfel ca, în total, poezia să conțină 2013 cuvinte, așezate pe 33 rânduri?</p> <p>b) Un biciclist pleacă luni din localitatea A spre localitatea B. Dacă în fiecare zi parcurge aceeași distanță, va ajunge în localitatea B, duminică. Din cauza unor evenimente neprevăzute, în prima zi a parcurs doar un sfert din distanța planificată inițial. Dacă va parcurge în fiecare zi cu 10 km mai mult decât în ziua precedentă, va ajunge la destinație tot duminică. Ce distanță este între localitatea A și localitatea B?</p>	
---	--

a)	<p>Sunt x cuvinte pe primul rând, $x+2$ cuvinte pe al doilea rând, $x+4$ pe al treilea și tot așa, deci șirul formează o progresie aritmetică</p> <p>Forma termenului general $x+2(n-1)$</p> <p>$n=33$, deci $x+2 \cdot 32 = x+64$ de cuvinte pe rândul 33</p> <p>$x+(x+2)+(x+4)+\dots+(x+64)=2013$</p> <p>$33x+2 \cdot \frac{33 \cdot 32}{2} = 2013$</p> <p>$x=29$</p>	<p>2p</p> <p>1p</p> <p>2p</p> <p>2p</p> <p>2p</p> <p>1p</p>
b)	<p>Fie x distanța planificată inițial în fiecare zi, deci $7x$ este lungimea drumului</p> <p>În prima zi a parcurs $\frac{x}{4}$</p> <p>A doua zi a parcurs $\frac{x}{4}+10$</p> <p>A 7-a zi a parcurs $\frac{x}{4}+60$</p> <p>$7x = \frac{x}{4} + \left(\frac{x}{4}+10\right) + \left(\frac{x}{4}+20\right) + \dots + \left(\frac{x}{4}+60\right)$</p> <p>$7x = \frac{7x}{4} + 210$</p> <p>$x=40$</p> <p>Distanța între localitatea A și localitatea B este de 280 km</p>	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>2p</p> <p>2p</p> <p>1p</p>

SUBIECTUL III (autor Eugenia Dincă)

(25 de puncte)

a)	<p>Arătați că, pentru orice număr întreg $n \geq 2$, are loc relația $\left\lfloor \frac{n+\sqrt{n}}{n} \right\rfloor = 1$, unde $\lfloor x \rfloor$ reprezintă partea întreagă a numărului real x.</p> <p>b) Se consideră o funcție de gradul întâi, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ cu proprietatea $f(x+1)+3f(-x)=2x+1, (\forall)x \in \mathbb{R}$. Determinați punctul de pe graficul funcției f care are ordonata egală cu 2026.</p>	
a)	<p>Pentru $n \geq 2, n \in \mathbb{Z} \Rightarrow \sqrt{n} < n \Rightarrow \frac{\sqrt{n}}{n} \in (0,1) \Rightarrow \left\lfloor \frac{\sqrt{n}}{n} \right\rfloor = 0$</p> <p>Deci $\left\lfloor \frac{n+\sqrt{n}}{n} \right\rfloor = \left\lfloor 1 + \frac{\sqrt{n}}{n} \right\rfloor = 1 + \left\lfloor \frac{\sqrt{n}}{n} \right\rfloor = 1 + 0 = 1$, oricare ar fi $n \geq 2, n \in \mathbb{Z}$</p>	<p>5p</p> <p>5p</p>
b)	<p>Pentru $x \leftrightarrow -x-1$, relația din enunț devine $f(-x)+3 \cdot f(x+1)=-2x-1$</p> <p>Rezolvăm sistemul :</p> $\begin{cases} f(-x)+3 \cdot f(x+1)=-2x-1 \\ 3f(-x)+f(x+1)=2x+1 \end{cases}$ <p>Obținem $f(-x)=x+\frac{1}{2}$, deci $f(x)=-x+\frac{1}{2}, x \in \mathbb{R}$</p> <p>$M(x,y) \in G_f \Leftrightarrow f(x)=y$</p> <p>Pentru $y=2026 \Rightarrow -x+\frac{1}{2}=2026$</p>	<p>4p</p> <p>2p</p> <p>4p</p> <p>1p</p> <p>2p</p>



	$\Rightarrow x = -\frac{4051}{2} \Rightarrow M\left(-\frac{4051}{2}, 2026\right)$	2p
--	---	----

SUBIECTUL IV (Gazeta matematică)

(25 de puncte)

<p>Fie $ABCDE$ un pentagon convex și punctele $P \in (DE)$, $Q \in (CD)$ astfel încât $\frac{PE}{PD} = \frac{QC}{QD} = 2$.</p> <p>Dacă M și N sunt centrele de greutate ale triunghiurilor ABC și ABE, arătați că $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$.</p>		
<p>Din ipoteza $\frac{PE}{PD} = \frac{QC}{QD} = 2$ deducem</p> $\overrightarrow{MQ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{MC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{MD} \quad \text{și} \quad \overrightarrow{NP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{NE} + \frac{2}{3}\overrightarrow{ND}$	10p	
<p>Atunci $\overrightarrow{MQ} - \overrightarrow{NP} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{NE} + 2\overrightarrow{MN}) =$</p>	8p	
$= \frac{1}{3}(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} + 2\overrightarrow{MN}) = \vec{0}, \text{ deci } \overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$	7p	